Г.Д. Слабожанин, Д.Г. Слабожанин

ПРАКТИКУМ ПО ГИДРАВЛИКЕ С КОМПЛЕКСОМ «КАПЕЛЬКА-1» И ГИДРОЮМОРОМ. СТАТИКА

Учебное пособие

2025

УДК 532(076.5)
ББК 30.123я73

Рецензенты:

В.В. Дзюбо, доктор техн. наук, профессор, главный специалист по водоснабжению и водоотведению АО «Северский водоканал»;

Н.А. Цветков, доктор техн. наук, профессор, зав. кафедрой «Теплогазоснабжение и инженерные системы в строительстве» Томского государственного архитектурно-строительного университета.

Слабожанин, Г.Д. Практикум по гидравлике с комплексом «Капелька-1» и гидроюмором: учебное пособие. Часть 1. СТАТИКА / Г.Д. Слабожанин, Д.Г. Слабожанин, 2025. – 92 с.

ISBN 978-5-98428-133-1
ISBN 978-5-98428-134-8 *(Часть 1. Статика)*

В пособии приведены основные сведения о предмете и истории развития гидравлики, свойствах жидкости, гидростатике и гидродинамике, описание демонстрационных и лабораторных работ на комплексе устройств «Капелька-1». Комплекс разработан в Томском архитектурно-строительном университете (ТГАСУ), занимал 1 место на Всесоюзном конкурсе учебной техники на ВДНХ (Москва, 1990 г.), включен Госкомобразованием СССР в 1991 г. в перечень типового учебно-лабораторного оборудования по курсу «Гидравлика (механика жидкости и газа)» для вузов. В настоящее время его используют более 1000 учебных заведений России и за рубежом.

Практикум предназначен для использования на практических и лабораторных занятиях, при выполнении курсовых и контрольных работ студентами всех форм обучения. В пособие включены контрольные вопросы, примеры решения задач, контрольные задания для самостоятельной работы и гидроюмор.

Пособие предназначено для студентов вузов всех форм и профилей обучения по направлению «Строительство», изучающих дисциплины «Гидравлика», «Механика жидкости и газа». Практикум может быть полезен и для студентов вузов технологических и машиностроительных специальностей, а также для учащихся техникумов и колледжей.

УДК 532(076.5)
ББК 30.123я73

ISBN 978-5-98428-134-8

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Практикум соответствует примерной программе Минобразования РФ по курсу «Гидравлика (механика жидкости и газа)» и предназначен для студентов вузов, обучающихся по направлению «Строительство», но может быть полезен для студентов любых специальностей высших и средних учебных заведений.

Каждый раздел включает изложение основных понятий, положений, законов и формул, описание лабораторных работ на комплексе устройств «Капелька-1», примеры решения инженерных задач и контрольные вопросы для самопроверки. В конце книги приводится контрольное задание на выполнение самостоятельной работы по курсу общей гидравлики.

Для активации познавательного интереса студентов приведены сведения о влияние солнечной активности на развитие гидравлики, о биоритмах ученых-гидравликов, о золотом сечение в гидравлике, гидравлический юмор и кроссворды, которые разгадываются на сайте комплекса «КАПЕЛЬКА» https://labkap.ru. На сайте можно выполнить в дистанционном режиме и лабораторные работы, замерив давление, глубины, напоры и время опорожнения баков в ходе просмотра видеофильмов.

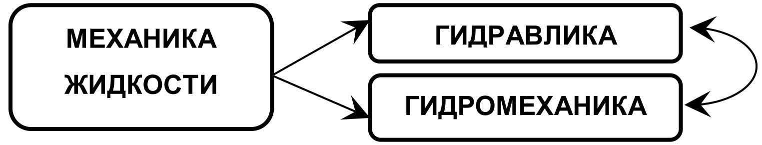
Авторы выражают благодарность профессорам: Л.П. Иванову, А.А. Шейпаку (г. Москва), К.Г. Асатуру, А.Д. Гиргидову, А.М. Курганову, Н.Н. Лапшеву, Б.С. Маховикову, С.С. Смородину (г. С.-Петербург), В.В. Земляному (г. Владивосток), А.Д. Тяну (г. Усть-Каменогорск), доценту В.И. Мелькову (г. Томск) за полезные советы и замечания, высказанные в процессе создания комплекса «Капелька-1» и при написании первых вариантов пособия.

Замечания и предложения по пособию и по комплексу «КАПЕЛЬКА» авторы с благодарностью примут по e-mail:
drop-let@yandex.ru или по тел. (3822) 65-34-78, +7 909 542 62 50.

1. ВВЕДЕНИЕ В ГИДРАВЛИКУ

1.1. Определение гидравлики

Раздел физики, изучающий равновесие и движение жидкости называется ***механикой жидкости***. В ходе исторического развития она разделилась на гидравлику и гидромеханику.



Гидравлика (техническая механика жидкости) – наука, изучающая равновесие и движение жидкости применительно к инженерной практике. Она подразделяется на гидростатику и гидродинамику, широко использует опыт, упрощение явлений и быстро дает ответы на все запросы инженерной практики.

Решения в ***гидромеханике*** (теоретической механике жидкости) из-за сложности дифференциальных уравнений не всегда годны для инженерных расчетов, но позволяют раскрыть общие закономерности явлений. В современной гидравлике все больше применяются методы гидромеханики, а гидромеханика все чаще прибегает к опытным данным гидравлики.

Термин *«гидравлика»* произошел от греческих слов «*хюдор*» (вода) и «*аулос*» (труба), что означало учение о движении воды в трубах. Но в современной гидравлике рассматриваются любые жидкости (вода, нефть, строительные растворы) и течения в различных объектах (трубах, устройствах, емкостях, каналах, реках, пористых средах). Она изучает и обтекание тел.

Гидравлика служит основой для изучения специальных дисциплин (гидросооружения, гидрология, водоснабжение, водоотведение, теплогазоснабжение, гидроприводы и др.).

Область применения гидравлики постоянно расширяется. Её законы используются в строительстве, транспорте, авиации, космической технике, мелиорации, биологии и медицине. Знание гидравлики необходимо каждому человеку, в том числе и для решения проблем повседневной практики и быта.

1.2. Исторический очерк развития гидравлики

Решением вопросов гидравлики люди стали заниматься в глубокой древности. Ещё при *первобытнообщинном строе* в Египте начали строить примитивные мосты и водоводы и наблюдать за уровнем воды в Ниле (рис. 1.1).

Рис. 1.1. Мост (*а*), водовод (*б*) и Ниломер (*в*) древнего Египта

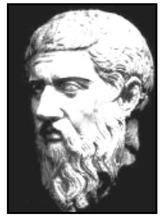
За несколько тысячелетий до н. э. в Египте, Греции, Китае, на территории Средней Азии уже существовали плотины, оросительные каналы, акведуки, на реках использовались мельницы и мосты, строились гребные и парусные корабли.

Издавна были известны и различные бытовые гидравлические устройства. Так, ещё во втором тысячелетии до н. э. греки использовали водяные часы на собраниях и судах. Даже древнегреческому философу *Платону* приписывают изобретение водяного будильника в виде скульптуры музыканта с флейтой. Воздух во флейту вытеснялся из сосуда при сбрасывании в него воды.

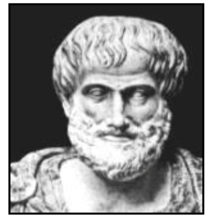
Все *описанные сооружения и устройства создавались на базе чисто практических навыков без каких-либо научных основ.*

Период Древней Греции включает первую попытку систематизации знаний о природе учеником Платона *Аристотелем*. Его учение содержало только отдельные правильные положения о движении тел в средах. Позднее, за 250 лет до н. э., древнегреческий механик *Архимед* написал трактат, где были заложены основы гидростатики и сформирован его знаменитый закон. Это сочинение считается *первым научным трудом по гидравлике.*

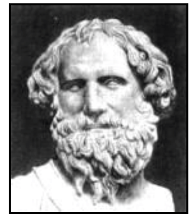
В древней Греции создавались разные гидравлические и пневматические устройства (рис. 1.2).



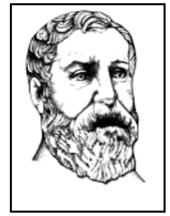
Платон
428–348 гг. до н.э.



Аристотель
384–322 гг. до н.э.



Архимед
287–212 гг. до н.э.



Герон
I век н.э.

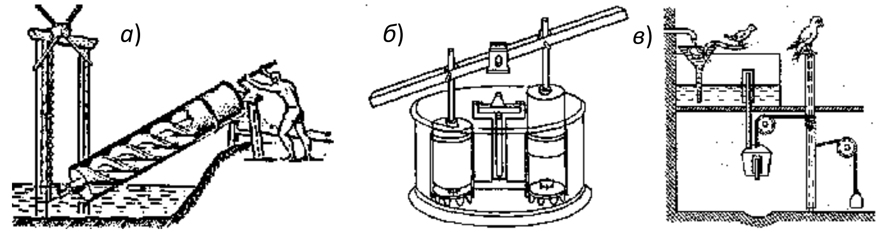


Рис. 1.2. Машины Архимеда (*а* – водоподъемный винт), Ктезибия (*б* — водяной насос) и Герона (*в* — гидропривод дверей)

Большое внимание уделялось водоснабжению. Городские дома имели внутренний водопровод и канализацию. Трубы и детали водопровода выполнялись из обожженной глины (рис. 1.3).

Рис. 1.3. Глиняные детали и трубы древнего водопровода

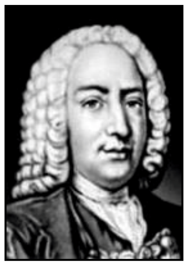
Период древнего Рима. Римляне многое заимствовали у греков. За 7 веков до н. э. построен «свайный мост» через р. Тибр, в 140 г. до н. э – акведук, который подавал воду за 91 км. Во времена царствования императора Траяна (98–117 г) в Риме было 9 водопроводов с общей протяженностью 436 км.

Период средних веков длился после падения Римской империи (476 г.) около тысячи лет. Он отмечался всеобщим застоем в развитии человечества и регрессом гидравлики, как науки.

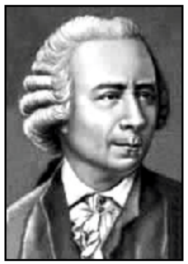
Эпоха Возрождения (XV–XVI вв.) характеризуется всплеском в развитии гидравлики. В этот период итальянец *Леонардо да Винчи* (1452–1519) поставил первые лабораторные опыты и *положил начало экспериментальной гидравлике*, а голландец *С. Стевин* дал правило вычисления силы давления жидкости на стенку и объяснил гидростатический парадокс.

XVII век. Итальянский учёный *Г. Галилей* показал, что сопротивление возрастает с увеличением скорости тела в жидкости (1612 г.), а его ученик *Э. Торричелли* получил формулу для скорости истечения невязкой жидкости из отверстия (1641 г.); французский физик *Б. Паскаль* открыл закон о передаче внешнего давления в жидкости (1653 г.), который стал основой для расчета прессов и подъемников, а английский физик *И. Ньютон* сформулировал гипотезу о внутреннем трении в жидкости (1686 г.).

XVIII век ознаменовался созданием теоретической механики жидкости (*гидромеханики*) членами Петербургской Академии наук *Д. Бернулли, Л. Эйлером, М. В. Ломоносовым.*



Д. Бернулли
1700–1782



Л. Эйлер
1707–1783

М.В. Ломоносов
1711–1765

Но *гидромеханика* не могла удовлетворить запросы промышленности и строительства. Это привело к формированию во второй половине столетия *французской школы* ученых-инженеров (*А. Пито, А. Шези, Ж. Борда, Д. Вентури*), разрабатывающих приближенные рекомендации на базе экспериментов, т.е. *гидравлику*. Такое направление развивалось и в России *М.В. Ломоносовым* (предложил упрощенный расчет гидравлических лотков, приборы анемометр, вискозиметр, газовый барометр).

XIX век отмечен исследованиями французских ученых *Ж. Пуазейля. А. Дарси, Г. Кориолиса*, англичанина *О. Рейнольдса*, немецких ученых *Г. Хагена, Ю. Вейсбаха*. В России *П.П. Мельников* издал первый курс гидравлики, *Д.И. Менделеев* указал на существование двух режимов течения и двух законов сопротивления, *Н.П. Петров* разработал гидродинамическую теорию смазки, *Н.Е. Жуковский* создал теорию гидравлического удара.

XX век характеризуется разделением гидравлики на отрасли (инженерно-строительную, машиностроительную, нефтяную, подземную и т. п.), и переходом ведущей роли к немецкой школе благодаря работам *Ф. Форхгеймера* и *П. Блазиуса* по гидравлическим сопротивлениям, *М. Вебера* по гидродинамическому подобию, *Л. Прандтля* по теории турбулентности.

Отечественная гидравлика также выдвинулась на передовые позиции. Этому способствовали труды *М.В. Келдыша, М.А. Лаврентьева, Л.И. Седова, Л.Г. Лойцянского* по основным разделам гидромеханики, *М.А. Великанова, Б.А. Бахметева, Н.М. Бернадского, Н.Н. Павловского, И.И. Агроскина, И.И. Леви, В.М. Макковеева, Р.Р. Чугаева* по изучению течения в открытых руслах, *А.Д. Альтшуля, Г.А. Мурина, Н.Ф. Федорова, Ф.А. Шевелева* в области гидравлики трубопроводов и других.

1.3. Кроссворд-экскурс в историю гидравлики

Кроссворд представляет собой наглядную опорную систему информации по истории развития гидравлики и ее содержанию (составу), что важно для дальнейшего детального изучения дисциплины. Определения в кроссворде составлены с использованием занимательных биографических этюдов о знаменитых ученых, внесших заметный вклад в гидравлику и упомянутых выше.

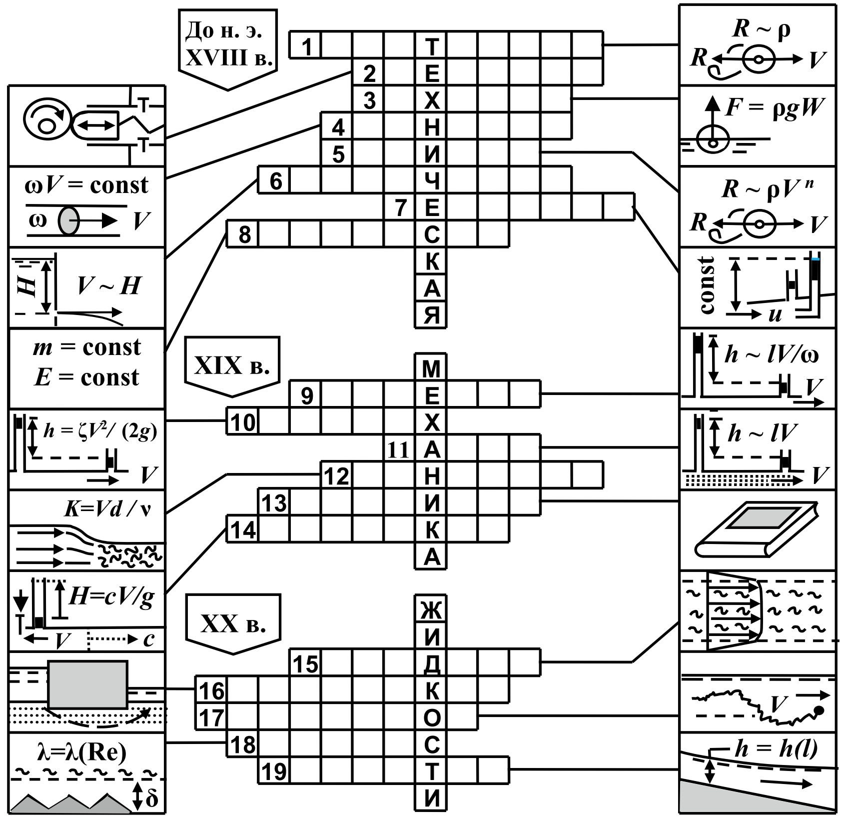
Задание. После угадывания фамилии ученого следует обратить внимание на расположенный рядом фрагмент (схему изобретения или процесса) и получить дополнительные сведения о деятельности ученого. Фрагменты дают наглядное представление о содержании гидравлики (*технической механики жидкости*). Они расположены в хронологическом порядке, что позволяет проследить последовательность освоения человечеством основных положений дисциплины. Кроссворд удобно разгадывать в интерактивном режиме на сайте **https://labkap.ru.**

1. Князь мудрецов: знал всё, к сожалению, церковь верила в это слишком долго; признается основателем двух десятков наук, в том числе физики. Его знаменитые слова: «*Платон мне друг, но истина дороже*" – означали отход от воззрений своего учителя. Вместе с тем, он отбросил и прогрессивные идеи предшественников. За неверное положение о неподвижности Земли ухватилась церковь, поэтому борьба против его учения была опасным делом.

2. Знаменитый греческий механик: изобрёл водяные часы и водяной насос. Многие его изобретения призваны были лишь «удивить» публику.

3. Величайший инженер древности: обнаружил обман в известной истории с короной царя Герона; готовился сдвинуть Землю, но не успел найти точку опоры. Его винт используется в обыкновенной мясорубке. Согласно легенде, при погружении в ванну вдруг осенила его мысль о выталкивающей силе жидкости и, забыв обо всем, голый, бежал он по улицам Сиракуз с победным кличем: «*Эврика!*», «*Я нашел!*». Это событие свершилось благодаря тому, что он искал путь решения задачи постоянно. Здесь уместны слова Л. Пастера: «*Счастливая случайность выпадает на долю подготовленных умов*».

4. Автор портрета Моны Лизы («Джоконда»); *больше известен как художник, но больше сделал как учёный.* Он додумался до паровой пушки, создал пружинный автомобиль и танк, предложил мускулолёт, спроектировал и осуществил постройку ряда каналов. Изобрел модуль подвесного моста, многоствольную установку – зародыш пулемётов и «Катюш», механизм для забивки свай, первый разводной ключ, редуктор, экскаватор, парашют. Он работал всю жизнь и, очевидно не представлял себе состояния, которое мы в быту называем отдыхом и покоем, творил всегда и везде, но почти все давалось ему с трудом, что подтверждает фразу Т. Эдисона: «*Гений – один процент вдохновения и девяносто девять процентов пота*». Умирая, он просил прощения у бога и людей за то, что сделал в своей жизни так мало.



5. Выдающийся физик, механик и астроном: изобрел первый телескоп и воздушный термоскоп – прообраз термометра, сконструировал гидростатические весы для определения удельного веса тел, определил удельный вес воздуха. Однажды он зашел в церковь на богослужение и заметил, как от сквозняка раскачиваются на цепях люстры. Держа руку на пульсе и отмеряя время их полного качания по ударам собственного сердца, открыл принцип независимости частоты колебаний от их амплитуды, что послужило изобретению маятника – сердца любых механических часов. Девять лет после публичного покаяния он оставался «узником инквизиции», а затем умер. Но человечество не может жить без великих людей: в тот год родился И. Ньютон.

6. Итальянский физик, ученик Галилея. Если опустить в чашку с ртутью закрытую сверху стеклянную трубку с ртутью, то она не выльется, а только опустится немного – её держит давление атмосферы на ртуть в чашке, а там,

вверху, возникает вакуум. Высота ртути служит мерой этого давления. Так в 1643 г. им открыто атмосферное давление и сконструирован барометр. Он вывел формулу для скорости течения жидкости из отверстия в сосуде.

7. Создатель теоретической механики жидкости: вывел уравнение, которому в гидравлике нет равных; использовал пьезометр для измерения давления движущейся жидкости. Является представителем семейной династии, отмеченной четырнадцатью крупными учёными – гениальность передавалась по наследству из поколения в поколение (как и в семьях Иоганна Себастьяна Баха, Дарвина, Штрауса, Кюри), вопреки расхожему мнению, что природа, истратившись на гениях, отдыхает на их детях.

8. «*... – великий человек. Между Петром I и Екатериной II он один являлся самобытным сподвижником просвещения. Он создал первый университет. Он, лучше сказать, сам был первым нашим университетом*» (А.С. Пушкин). Знаменит открытиями в астрономии, физике, химии, геологии, географии, истории, кристаллографии и других науках. Даже не прикоснувшись к науке, он уже вписал бы свое имя в историю русской культуры как поэт. Для двора Елизаветы он и был только поэтом и художником.

9. Французский врач и физик: изучая движение крови в венах, получил опытную формулу, носящую его имя и широко применяемую для определения вязкости жидкостей и скорости течения в капиллярах; первым использовал ртутный манометр для измерения кровяного давления животных.

10. Немецкий ученый: дал общие формулы для потерь напора и ввел безразмерный коэффициент гидравлического сопротивления.

11. Французский ученый: исследовал течение в трубах и в грунте; открыл основной закон ламинарной фильтрации, носящий его имя.

12. Английский физик: установил критерий подобия, названный его числом и сформулировал условия перехода ламинарного течения в турбулентное, первым продемонстрировал явление кавитации.

13. Русский ученый и инженер: создал первый на русском языке труд «Основания практической гидравлики ...» (1836 г.); организовал в 1855 г. первую в России учебную гидравлическую лабораторию.

14. Русский ученый: основоположник аэродинамики; дал теоремы о подъёмной силе и тяговом усилии; создал теорию гидравлического удара; основал Центральный аэрогидродинамический институт.

15. Немецкий ученый: автор полуэмпирической теории турбулентности; получил логарифмическое распределение скорости по сечению потока жидкости в круглых трубах.

16. Русский ученый: развил теорию фильтрации воды в грунте и разработал метод построения свободной поверхности потока в естественных руслах; был участником строительства крупных ГЭС.

17. Русский ученый: развил теорию турбулентности; исследовал движение наносов и русловые деформации.

18. Немецкий учёный: установил эмпирическую зависимость для коэффициента сопротивления гидравлически гладких труб.

19. Русский ученый: заложил основы современной русской гидравлической школы, решил в общей форме задачу интегрирования дифференциального уравнения неравномерного движения в призматических руслах.

1.4. Нетрадиционный взгляд на развитие гидравлики

В развитие гидравлики отчетливо выделяются общие с другими дисциплинами периоды подъема и спада. Возникает вопрос: *в чем причины поразительного «озарения» человечества, приходящегося, например, на античное время и эпоху Возрождения?*

Есть предположение, что свое слово здесь сказало Солнце. А обнаружили это, «рассортировав» по годам рождения более 2000 выдающихся людей. Оказалось, что их рождаемость повторяет 58-летний цикл солнечной активности (СА).

Влияние Солнца на природные и биологические системы – тема для науки не новая. Еще основатель гелиобиологии А.Л. Чижевский отмечал, что примерно один раз за каждые 11 лет Солнце приходит в «неистовство» и посылает в пространство мощные фотонные и радиоизлучения. Одновременно мертвая и живая природа на Земле приходят в «конвульсивное содрогание», наблюдаются страшные бури, наводнения, землетрясения, эпидемии проносятся по земному шару, унося миллионы жизней.

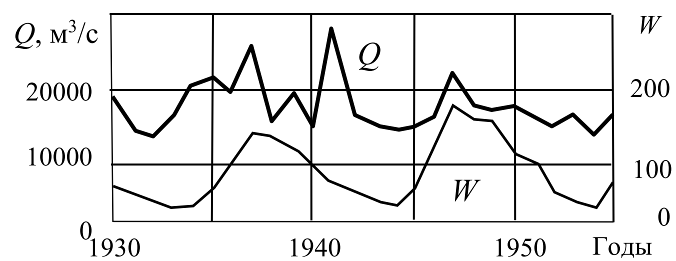


Рис. 1.4. Изменение максимального годового расхода Q реки Обь (г. Колпашево) и среднегодового числа Вольфа W

Параметры атмосферы и гидросферы Земли также в основном определяются активностью Солнца. Изменение уровней воды в р. Нил и в озере Байкал связано с вековым (80–90-летним) циклом СА, а водоносность сибирских рек в настоящую эпоху изменяется синфазно с 11-летними циклами СА (рис. 1.4).

О цикличности развития гидравлики. Время активного Солнца является не только коварным для людей. Оказывается, что именно в эти периоды увеличивается количество рождений великих в будущем людей. И это время является наиболее плодотворным. Судите сами: наиболее продуктивный период творчества А.С. Пушкина, знаменитая «болдинская осень» 1830 года, приходится на максимум 11-летнего цикла Солнца, а мрачное в жизни гения время бессилия и застоя 1834 года – на минимум. Мощный прилив творческих сил в 1828–1830 гг. и неожиданный спад в 1834 г. испытали и другие писатели, музыканты и ученые. Для изобретателей пики вдохновения также совпадают с вершинами на кривой чисел Вольфа (активности Солнца).

На рис. 1.5 представлены распределение по годам главных трудов 93-х ученых-гидравликов, отмеченных в историческом очерке развития гидравлики [22], и кривая СА, проведенная через 11-летние максимумы чисел Вольфа W (11-летние циклы СА представлены в виде треугольников).

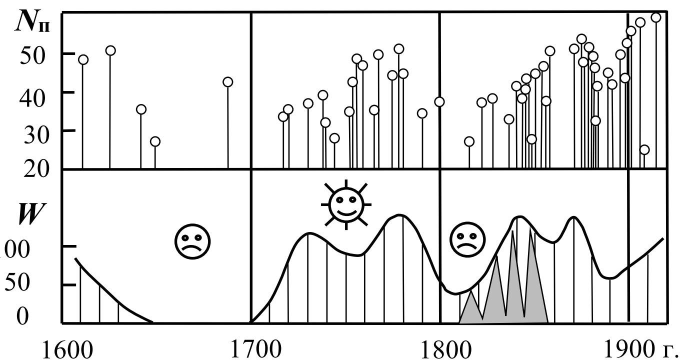


Рис. 1.5. Распределение по годам трудов гидравликов и кривая СА

Из анализа зависимостей следует, что в периоды общего повышения СА происходил всплеск в развитие гидравлики и в творчестве гидравликов – частота появления фундаментальных трудов возрастала. И наоборот, например, во время маундеровского минимума СА (1645–1715 гг.), когда 11-летний цикл солнечных пятен «не работал», такие труды почти отсутствовали. Возраст $N_п$ публикации главных работ гидравликов изменялся от 26 до 60 лет в фазе с вековым (80–90-летним) солнечным циклом.

Биоритмы и ритмы творчества ученых-гидравликов. Важной особенностью окружающего человека мира является повторяемость событий, их выраженная ритмичность. Но помимо «вынужденных» ритмов, вызванных воздействием туманностей и звезд, Солнца и планет, *человек носит в себе целую «симфонию» собственных биологических ритмов, отсчитываемых со дня рождения*. Многие из них четко проявляются, как например циклические движения при ходьбе, биение пульса и сокращение дыхательной мускулатуры.

Есть и не явные, но издавна известные биоритмы. Так, царю Израильско-Иудейского государства Соломону (965–928 гг. до н. э.) приписывают утверждение, что человек с момента рождения через каждые 7 лет претерпевает полное изменение всего своего существа. Древнегреческий врач Гиппократ (460–377 гг. до н. э.) указывал на опасность таких коренных перестроек человеческого организма для здоровья и жизни. Поэтому неспроста древние боялись возрастов 7, 14, 21,…63, 70 и особенно 77 лет («два топорика», перерубающие человеческую жизнь).

Существуют также ритмы творческой активности. В 1925 г. русский физиолог Н.Я. Пэрна проанализировал ритмику своей творческой активности и многих выдающихся людей прошлого – Ньютона, Бетховена, Гете, Байрона, Рембрандта и других. По его мнению, жизнь человека имеет ступенчатый характер с периодом 6,25 лет и узловыми точками в возрасте 6–7, 12–13, 18–19, 25–26, 31–32, 37–38, 43–44, 50, 56–57 лет и т. д. Для них характерны подъемы творческой активности и расцвет эмоций.

Есть ли в учениях древних и их последователей зерно истины? Об этом читатель с некоторой долей вероятности может судить по гистограммам продолжительности жизни N ученых-гидравликов (рис. 1.6, *а*) и возрастов $N_п$ публикации их главных работ (рис. 1.6, *б*). В верхней части гистограмм прямоугольниками помечены опасные возрасты по Гиппократу и творческие возрасты по Пэрну. Вы также можете оценить предполагаемый собственный творческий потенциал по своему возрасту.

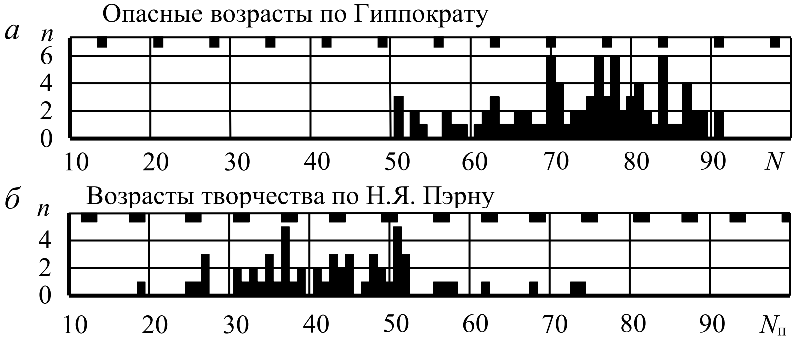


Рис. 1.6. Гистограммы опасных (*а*) и творческих (*б*) возрастов

Человечество инстинктивно усвоило то, что *залогом здоровья, оптимизма и высокой производительности умственного и физического труда является строгое соблюдение распорядка дня и рабочей недели.* Это позволяет согласовать все функциональные процессы организма (биоритмы) между собой и с астрономическими (суточными, многодневными) ритмами. Известна удивительная работоспособность знаменитых людей, умело распределявших свое рабочее время с учетом суточных и недельных ритмов работоспособности человека (рис.1.7).

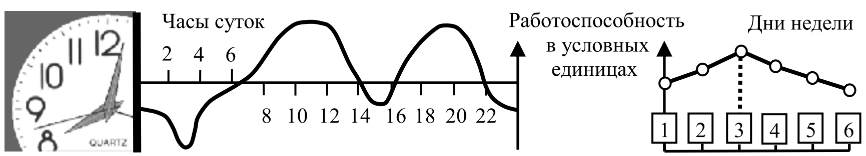


Рис. 1.7. Суточные и недельные колебания уровня работоспособности

1.5. Учебный гидравлический эксперимент

Вся история развития гидравлики от глубокой древности до наших дней тесно связана с экспериментальными исследованиями. Известные гидравлические явления (ламинарный и турбулентный режимы течения, образование вихрей при обтекании тел, кавитация жидкости и др.) были открыты опытным путем. Проведение экспериментов всегда было востребовано практикой. Их результаты требовались для создания гидравлических устройств (прессов, водяных колес, насосов) и гидротехнических сооружений (каналов, водосливов, мостов). В настоящее время важность и уровни таких исследований возрастают.

Эксперимент всегда лежит в основе теоретических методов исследований. Течение жидкости часто вообще не поддается теоретической схематизации ввиду сложности явлений. И тогда значение эксперимента особенно велико, так как задача решается только опытным путем, например, при определении потерь напора в вентилях, задвижках, при получении характеристик насосов.

Овладение методиками и навыками постановки экспериментов и обработки полученных данных имеет важное значение. Поэтому учебный гидравлический эксперимент должен являться неотъемлемой частью курса гидравлики.

Учебный эксперимент должен сочетать демонстрационные опыты и лабораторные работы.

Демонстрационные опыты позволяют показать отдельные явления в «чистом виде», вскрыть их физическую сущность и закономерности (например, при расширении потока его скорость уменьшается, а давление повышается), продемонстрировать принципы действия приборов и работу устройств и сооружений. Такие опыты наглядны, доступны для понимания, вызывают повышенный интерес к предмету, формируют накопленные ранее знания и подготавливают студентов к лабораторным работам.

Лабораторные работы закрепляют теоретические знания и позволяют приобрести навыки по самостоятельному проведению гидравлических экспериментов и обработке их результатов.

Учебная техника для проведения гидравлического эксперимента должна быть конструктивно проста, многофункциональна, удобна в эксплуатации и способна обеспечить наглядность изучаемого явления и быстрое проведение опытов. Особое внимание должно быть обращено на изучение физической сущности гидравлических процессов. Поэтому учебные устройства или отдельные части установок должны быть прозрачными.

В наибольшей степени таким требованиям отвечает учебный комплекс устройств «Капелька-1». Он разработан на уровне изобретений в Томском архитектурно-строительном университете (ТГАСУ), занимал 1 место на Всесоюзном конкурсе учебной техники на ВДНХ (Москва, 1990 г.), Госкомобразованием СССР в 1991 г. включен в перечень типового учебно-лабораторного оборудования по курсу «Гидравлика (механика жидкости и газа)» для вузов и рекомендован к выпуску. В настоящее время его используют более 1000 учебных заведений России и за рубежом.

Комплекс (лаборатория) «Капелька-1» предназначен для проведения наглядных демонстраций и лабораторных работ по общей гидравлике (механике жидкости). Он включает 4 прозрачные устройства в виде планшетов с подкрашенными жидкостями, которые работают по принципу песочных часов (рис. 1.8).

Рис. 1.8. Общий вид учебного комплекса «*Капелька-1*»

Комплекс удобен для лекционных демонстраций и отвечает эргономическим параметрам при работе сидя. В любой момент его устройства готовы к работе. Для демонстрации изучаемого явления, принципа действия прибора и выполнения опытных замеров достаточно устройства перевернуть.

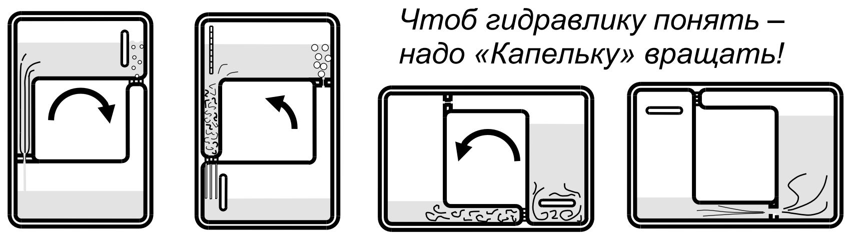


Рис. 1.9. Рабочие положения устройства № 3

Устройство № 1 позволяет демонстрировать работу сразу нескольких различных приборов для исследования свойств жидкости, быстро измерить основные физико-механические параметры жидкостей и сравнить их значения со справочными.

Устройство № 2 дает возможность быстро приобрести навыки по измерению гидростатического давления жидкостными приборами, демонстрировать сообщающиеся сосуды, принцип действия гидравлических уровней и уклономеров.

Устройство № 3 обеспечивает изучение видов, режимов и структуры потоков жидкости, свободного истечения жидкости.

Устройство № 4 предназначено для проведения иллюстрации уравнения Бернулли и определения потерь напора в опытных каналах жидкостными пьезометрами.

В традиционных стендах применяется насосная подача жидкости в опытный канал и стабилизация напора H перед ним за счет холостого перелива из напорного бака (рис.1.10, *а*).

Для создания течения в устройствах № 3 и 4 достаточно их перевернуть. Постоянство напора H на входе в опытный канал (и расхода в нем) обеспечивается пузырьковым перепуском воздуха из нижнего бака в напорный бак через его дно (рис.1.10, *б*).

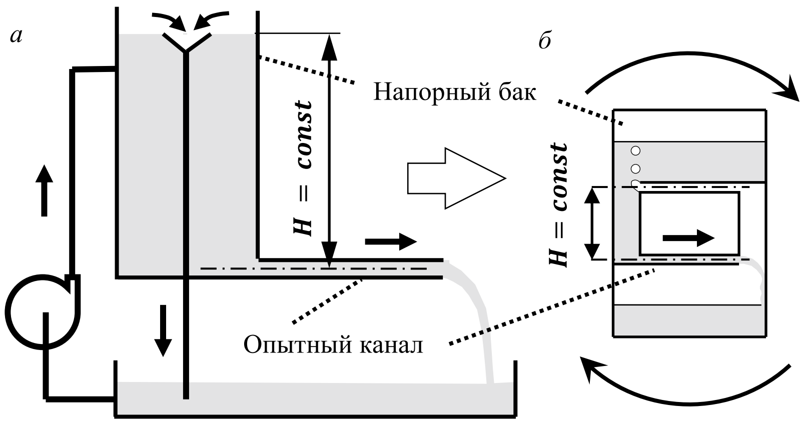


Рис. 1.10. Схемы систем питания опытных каналов в традиционном гидравлическом стенде (*а*) и в устройстве № 4 (*б*)

На комплексе «Капелька-1» выполняется 10 демонстрационных и лабораторных работ. Их также можно выполнять и в дистанционном режиме на сайте комплекса: https://labkap.ru.

Рекомендация. Для качественного и увлекательного усвоения вышеизложенного материала целесообразно на сайте выполнить дистанционную работу № 1. «*Изучение предмета и истории развития гидравлики*» с разгадыванием кроссвордов по своему варианту (выбирается по последней цифре вашего номера в групповом журнале или номера зачетной книжки).

При просмотре фильма «Презентация комплекса «КАПЕЛЬКА» получите представление о разделах гидравлики и о комплексе «КАПЕЛЬКА».

2. ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЖИДКОСТИ

2.1. Общие сведения

Жидкостью называют физическое тело, обладающее *текучестью*, т. е. способностью течь под действием весьма малых сил, так как она не воспринимает касательные напряжения в состоянии покоя из-за слабой связи ее молекул. Жидкости разделяют на два класса: *капельные*, приобретающие при малых объемах форму капли (вода, нефть), и *газообразные* (воздух, газы).

Основными физическими свойствами капельных жидкостей являются плотность, сжимаемость, температурное расширение, вязкость и поверхностное натяжение.

Плотность $\boldsymbol{\rho}$ – отношение массы m жидкости к её объему W, а удельный вес γ – вес G единицы объема жидкости:

$$\rho = m/W; \quad \gamma = G/W = \rho g\,, \tag{2.1}$$

где g – ускорение свободного падения.

Сжимаемость – свойство жидкости уменьшать объем под действием давления. Оценивается *коэффициентом объемного сжатия* β_p, показывающим относительное уменьшение объема жидкости W при повышении давления p на единицу (рис. 2.1, *а*):

$$\beta_p = -(\Delta W/W)/\Delta p. \tag{2.2}$$

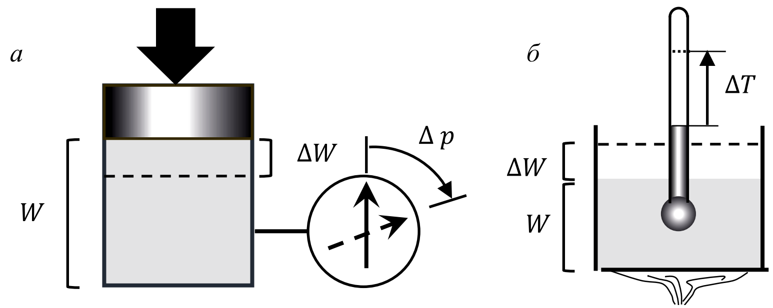


Рис. 2.1. Изменение объема жидкости под действием давления (*а*) и при нагревании (*б*)

Величина, обратная β_p, называется *модулем объемной упругости* жидкости $E_ж = 1/\beta_p$.

Температурное расширение – свойство жидкости изменять объем при нагревании (рис. 2.1, *б*). Характеризуется *коэффициентом температурного расширения* β_T, равным относительному приращению объема $\Delta W/W$ с изменением температуры T на один градус при постоянном давлении:

$$\beta_T = (\Delta W/W)/\Delta T. \quad (2.3)$$

Плотность, сжимаемость и тепловое расширение газов могут быть оценены по уравнению состояния идеального газа

$$p = \rho RT, \quad (2.4)$$

где p – абсолютное давление, Па; ρ – плотность газа, кг/м^3; R – газовая постоянная: для воздуха – R=287 Дж/(кг·К), для кислорода – R=260 Дж/(кг·К); T – абсолютная температура, К.

Вязкость – свойство жидкости сопротивляться относительному сдвигу (скольжению) ее слоев.

Это свойство противоположно текучести и проявляется при слоистом течении жидкости вдоль твердой стенки (рис. 2.2, *а*). Величина скорости слоев меняется от нуля на твердой поверхности до максимальной на свободной поверхности. Поэтому в жидкости между ее бесконечно тонкими соседними слоями, движущимися с различными скоростями, отличающимися на величину du, в соответствии с *законом Ньютона* возникает сила трения T и касательные напряжения τ:

$$T = \mu(du/dy)\omega; \; \tau = (T/\omega) = \mu(du/dy), \quad (2.5)$$

где dy – расстояние между слоями; du/dy – градиент скорости; ω – площадь соприкасающихся слоев; μ – *динамический коэффициент вязкости* (динамическая вязкость), который измеряется в паскаль-секундах (Па·с) и равен касательному напряжению между соседними слоями, если их относительная скорость перемещения du численно равна расстоянию между слоями dy.

Отношение динамического коэффициента вязкости μ к плотности жидкости ρ называется *кинематическим коэффициентом вязкости* (кинематической вязкостью) $\nu = \mu/\rho$.

Его измеряют в квадратных метрах на секунду (м^2/с) или стоксами (1 Ст = 1 см^2/с = 10^{-4} м^2/с). Коэффициенты определяются видом жидкости, не зависят от скорости течения и существенно уменьшаются с возрастанием температуры (рис. 2.2, *б*).

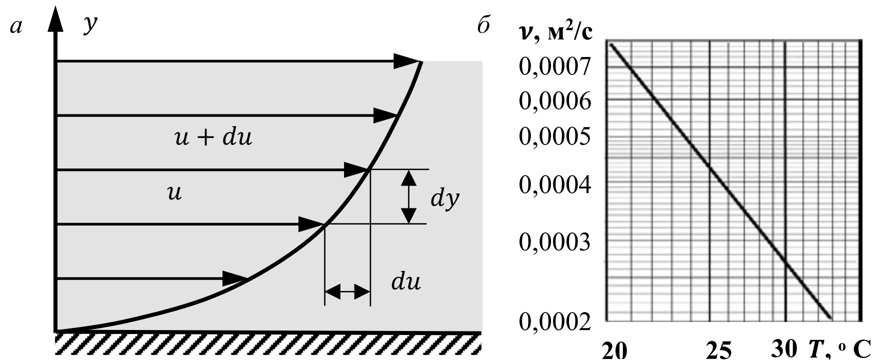


Рис. 2.2. Поле скоростей в потоке вдоль стенки (*а*) и зависимость кинематической вязкости моторного масла М-10 от температуры (*б*)

Кроме обычных (ньютоновских) жидкостей, подчиняющихся зависимости (2.5), существуют жидкости (битумы, асфальт, глинистые и цементные растворы), которые не соответствуют этому закону. Они называются *неньютоновскими*.

Идеальная жидкость – это воображаемая абсолютно несжимаемая и невязкая жидкость. Она представляет собой модель реальной жидкости и используется для облегчения решения задач механики жидкости. Полученные для идеальной жидкости теоретические зависимости после корректировки опытными поправочными коэффициентами применяются в инженерной практике.

Поверхностное натяжение – свойство жидкости образовывать поверхностный слой взаимно притягивающихся молекул. Измеряется *коэффициентом поверхностного натяжения* σ (Н/м), равным силе на единице длины контура свободной поверхности.

Благодаря этому свойству жидкость приобретает форму с наименьшей поверхностью (при малых объемах – форму шара), а около стенок образуется искривление свободной поверхности – *мениск* (от греческого «серп луны»).

Мениск в трубках малого диаметра под действием межмолекулярных сил R перемещается и вызывает капиллярное поднятие смачивающей жидкости (она имеет краевой угол $\theta < 90°$, например, вода, рис. 2.3, *а*) или опускание (если жидкость не смачивающая – при $\theta > 90°$, например, ртуть, рис. 2.3, *б*). Это явление называется *капиллярностью*. При этом в жидкости под сферическим мениском возникает дополнительное давление

$$p_{\text{пов}} = 2\sigma/r, \qquad (2.6)$$

где r – радиус трубки, м.

Высота h (мм) капиллярного поднятия (опускания) мениска в стеклянном капилляре диаметром d (мм)

$$h = 4\sigma/(\rho\, g\, d) = k/d, \qquad (2.7)$$

где k (мм^2) – опытный коэффициент при $t = 20°C$ для воды +30, спирта +11,5 (поднятие) и ртути -10 (опускание).

С явлением поверхностного натяжения жидкости мы сталкиваемся каждый день: капли воды стремятся принять шарообразную форму, а струя воды из-под крана – цилиндрическую.

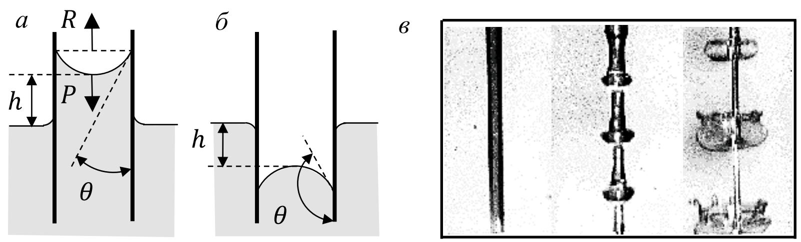


Рис. 2.3. Проявление поверхностного натяжения в капиллярах и при истечении масла из неподвижной трубы и при ее вибрации

Силы поверхностного натяжения необходимо учитывать при измерении давления жидкостными приборами: для пьезометров использовать трубки диаметром более 8 мм, а отсчет уровня жидкости выполнять *по центральной части мениска.*

Капиллярное поднятие происходит в грунтах (в песчаных 0,3…0,6 м, в суглинках 1,2…1,6 м, в глинах до 4 м от свободной

поверхности воды) и в надземных сооружениях, не имеющих гидроизоляцию, что снижает их прочностные характеристики.

Растворимость газов в жидкостях – свойство газов образовывать с жидкостями растворы. Она характеризуется коэффициентом растворимости k, показывающим отношение объема растворенного газа при атмосферном давлении и температуре 20° С, к объему жидкости. Например, коэффициент растворимости воздуха в воде равен 0,016, а в минеральных маслах гидросистем 0,08…0,10. Количество растворенного газа в единице объема увеличивается с повышением давления. При понижении давления растворенный газ интенсивно выделяется в виде мелких пузырьков, образуя пену и нарушая работу гидросистем.

Кавитация – это образование в жидкости заполненных паром и газом пузырьков (каверн) при резком понижении давления до давления насыщенных паров $p_{\text{нп}}$, описываемых линией на границе «жидкость-пар» на фазовой диаграмме (рис. 2.4, *а*). Это явление получило название «холодное кипение» (рис. 2.4, *б*).

Затем, попадая в область повышенного давления в гидросистеме, пузырьки под действием сил поверхностного натяжения захлопываются, а пар конденсируется на границе раздела фаз. В момент их схлопывания локальные давления и температура газа достигают значительных величин (до 1000 атмосфер и 1500 °С),

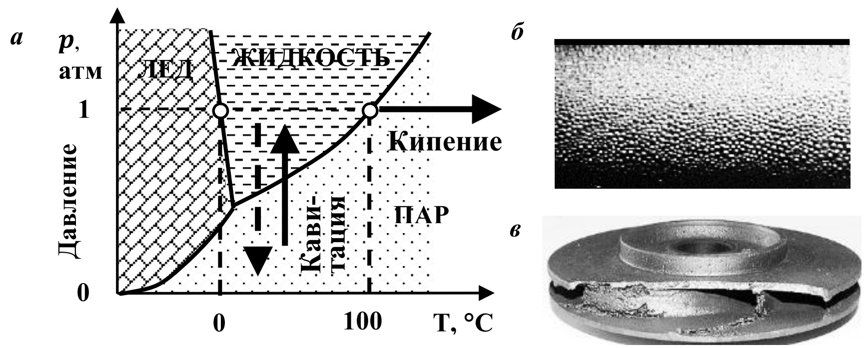


Рис. 2.4. Фазовая диаграмма воды (*а*), кавитация жидкости во всасывающей трубе насоса (*б*) и ее последствия (*в*)

что сопровождается шумом, вибрацией, гидравлическими ударами, срывом работы насосов и разрушением обтекаемых тел (кавитационной эрозией) (рис.2.4, *в*).

Давление насыщенных паров $p_{нп}$ зависит от температуры жидкости T. Для воды при T = 100°С – $p_{нп}$= 1 атм и значительно снижается с уменьшением температуры (рис. 2.4, *а*). Например, при температуре T = 20°С вода начинает кипеть при снижении давлении до $p_{нп}$= 2,34 кПа (0,023 атм).

Значения величин $\boldsymbol{\rho}$, $\boldsymbol{\beta_p}$, $\boldsymbol{\beta_T}$, $\boldsymbol{\nu}$ и $\boldsymbol{\sigma}$ для жидкостей при 20 °С и атмосферном давлении (760 мм рт. ст.) указаны в табл. 2.1.

Таблица 2.1

Жидкость	ρ, кг/м^3	β_p, МПа$^{-1}$	β_T, °С$^{-1}$	ν, м^2/с	σ, Н/м
Вода пресная	998	0,00049	0,00015	0,00000101	0,073
Спирт этиловый	790	0,00078	0,00110	0,00000152	0,023
Масло:					
моторное М-10	900	0,00060	0,00064	0,00080000	0,025
индустриальное 20	900	0,00072	0,00073	0,00011000	0,025
трансформаторное	890	0,00060	0,00070	0,00003000	0,025
АМГ-10	850	0,00076	0,00083	0,00002000	0,025

Примечание. В табл. приведены значения коэффициентов жидкостей при температуре 20 °С. Их значения при другой температуре могут существенно отличаться.

Особые свойства воды. Все вещества при нагревании увеличивают свой объем. Но вода имеет минимальный объем (*максимальную плотность*) при температуре + 4 °С (рис. 2.5). Благодаря этой аномалии существует жизнь в замерзающих зимой пресноводных бассейнах.

Поверхностный слой воды, охлажденный до + 4 °С, опускается на дно и никуда больше не перемещается, поскольку имеет наибольшую плотность. Дальнейшее охлаждение воды на поверхности до 0 °С приводит к переходу ее в твердое состояние (лед) *с увеличением объема* на 10 %, что опять имеет громадное значение в природе: лед плавает на поверхности воды и благодаря низкой теплопроводности предохраняет водоем от промерзания.

Другая аномалия воды связана с ее *теплоемкостью*. Теплоемкость тел с увеличением температуры обычно возрастает. Но у воды она *минимальна при температуре 36-38 °С*, *соответствующей нормальной температуре человека*. Здесь уместно заметить, что в тканях взрослого человека содержится 65-70% воды.

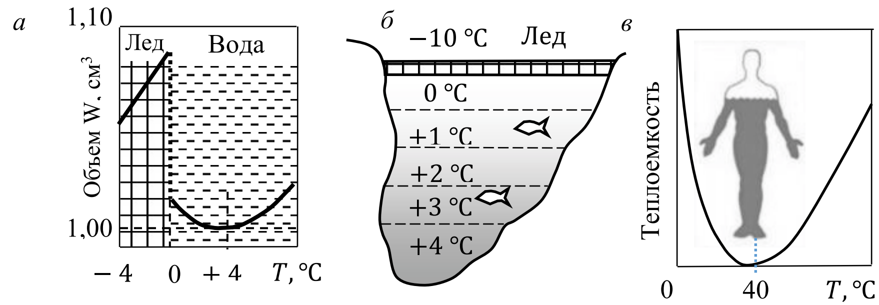


Рис. 2.5. Иллюстрация аномальных свойств воды

Интересный факт. Появление наземных растений и животных 300-400 миллионов лет назад означало, в сущности, перемещение на сушу океанической воды, превратившуюся мало-помалу в кровь. Кровь человека по химическому составу близка к морской воде. Например, ее соленость составляет около 1 % – это соленость воды средней части Балтийского моря (в 1 *л* воды содержится 10 *г* солей).

Лабораторная работа № 1.
ИЗУЧЕНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ЖИДКОСТИ

Цель работы. Освоение техники измерения плотности, температурного расширения, вязкости и поверхностного натяжения жидкостей.

Описание устройства № 1

Устройство № 1 предназначено для изучения физических свойств жидкости и содержит 5 приборов, выполненных в общем корпусе (рис. 2.6). На корпусе указаны названия и параметры приборов, необходимые для обработки опытных данных.

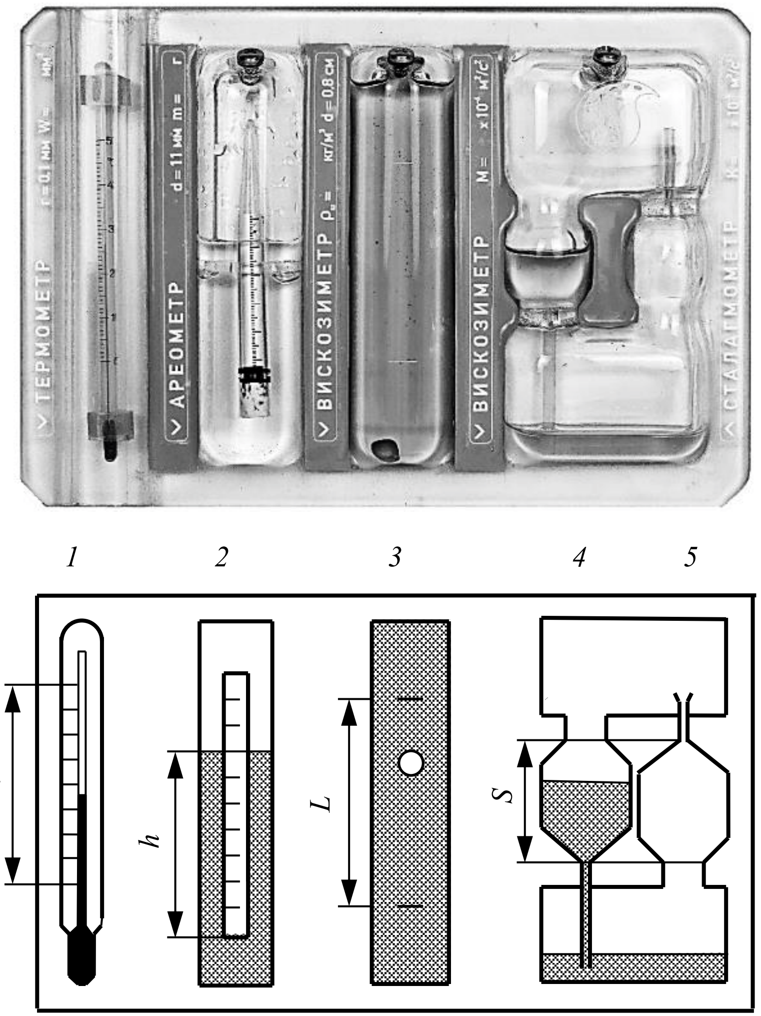


Рис. 2.6. Общий вид и схема устройства № 1:
1 – термометр; *2* – ареометр; *3* – вискозиметр Стокса;
4 – капиллярный вискозиметр; *5* – сталагмометр

Приборы *3–5* действуют при перевертывании устройства (повороте его в вертикальной плоскости на 180°). Термометр *1*

фиксирует температуру окружающей среды и, следовательно, температуру жидкостей в других устройствах комплекса.

Определение коэффициента температурного расширения

Термометр 1 имеет стеклянный баллон с капилляром, заполненные термометрической жидкостью, и шкалу. В верхней части капилляра находится воздух. Принцип действия термометра основан на температурном расширении жидкостей. Варьирование температуры окружающей среды приводит к соответствующему изменению объема термометрической жидкости и ее уровня в капилляре, который указывает значение температуры.

Коэффициент температурного расширения термометрической жидкости определяется в следующем порядке на основе *мысленного эксперимента*. Предполагается, что температура окружающей среды возросла от нижнего (нулевого) до верхнего (максимального) значения шкалы термометра и уровень жидкости в капилляре повысился на величину l (см. рис. 2.6).

1. Подсчитать число градусных делений ΔT в шкале термометра и измерить расстояние l между крайними штрихами шкалы.

2. Вычислить предполагаемое приращение объема термометрической жидкости: $\Delta W = \pi r^2 l$, где r – радиус капилляра термометра. Его значение указано на устройстве № 1.

3. С учетом начального (при 0 °С) объема термометрической жидкости W в баллоне (указан на корпусе устройства) найти значение коэффициента температурного расширения $\beta_T = \Delta W/(W\Delta T)$ и сравнить его со справочным значением β_T^* (см. табл. 1.1). Значения используемых и полученных величин занести в табл. 2.2.

Таблица 2.2

Вид жидкости	r, см	W, см^3	ΔT, °С	l, см	ΔW, см^3	β_T, °С$^{-1}$	β_T^*, °С$^{-1}$
Спирт							

Измерение плотности жидкости ареометром

Ареометр 2 предназначен для определения плотности жидкости поплавковым методом. Он представляет собой пустотелый цилиндр с миллиметровой шкалой и грузом в нижней части. Благодаря грузу ареометр плавает в исследуемой жидкости в вертикальном положении. Глубина погружения ареометра является мерой плотности жидкости и считывается со шкалы по верхнему краю мениска жидкости вокруг ареометра. В обычных ареометрах шкала отградуирована сразу по плотности.

В ходе работы выполнить следующие операции.

1. Измерить глубину погружения h ареометра по положению верхнего края мениска жидкости вокруг ареометра на его миллиметровой шкале.

2. Вычислить плотность жидкости $\rho = 4m/(\pi d^2 h)$, где m и d – масса и диаметр ареометра (указаны на корпусе устройства). Эта формула получена путем приравнивания силы тяжести ареометра $G = mg$ и выталкивающей силы $P_А = \rho g W$, где объем погруженной части ареометра $W = (\pi d^2/4)h$.

3. Сравнить опытное значение плотности ρ со справочным значением ρ^* для заданной жидкости (см. табл. 2.1). Значения используемых и полученных величин свести в табл. 2.3.

Таблица 2.3

Вид жидкости	m, г	d, см	h, см	ρ, г/см^3	ρ^*, г/см^3
Вода					

Определение вязкости вискозиметром Стокса

Вискозиметр Стокса 3 достаточно прост, содержит цилиндрическую емкость, заполненную исследуемой жидкостью, и шарик. Прибор позволяет определить вязкость жидкости по времени падения шарика в ней следующим образом.

1. Повернуть устройство № 1 в вертикальной плоскости на 180° и измерить с использованием секундомера время t прохождения шариком расстояния L между двумя метками в приборе (см. рис. 2.6). Шарик должен падать по оси емкости без соприкосновения со стенками. Опыт выполнить три раза, а затем определить среднеарифметическое значение времени t.

2. Вычислить опытное значение кинематического коэффициента вязкости жидкости:

$$\nu = gd^2 t(\rho_ш/\rho - 1)/[18l + 43{,}2l(d/D)], \tag{2.9}$$

где g – ускорение свободного падения; d, D – диаметры шарика и цилиндрической емкости; ρ, $\rho_ш$ – плотности жидкости и материала шарика (см. на корпусе устройства).

3. Сравнить опытное значение коэффициента вязкости ν со справочным значением ν^*, найденным из графика (рис. 2.2, *б*) по измеренной термометром температуре. Значения используемых и полученных величин свести в табл. 2.4.

Таблица 2.4

Вид жидкости	ρ, кг/м^3	t, с	l, м	d, м	D, м	$\rho_ш$, кг/м^3	ν, м^2/с	ν^*, м^2/с
Масло М-10					0,02			

Измерение вязкости капиллярным вискозиметром

Капиллярный вискозиметр 4 включает емкость с капилляром. Вязкость определяется по времени истечения жидкости из емкости через капилляр в следующем порядке.

1. Перевернуть устройство № 1 в вертикальной плоскости и определить время t истечения объема жидкости между метками (высотой S) через капилляр и температуру T.

2. Вычислить значение коэффициента вязкости $\nu = Mt$ (M – постоянная прибора) и сравнить его со значением ν^* найденным из графика (рис. 2.2, *б*). Данные свести в табл. 2.5.

Таблица 2.5

Вид жидкости	M, м^2/с^2	t, с	ν, м^2/с	T, °С	ν^*, м^2/с
Масло М-10					

Измерение поверхностного натяжения жидкости сталагмометром

Сталагмометр 5 служит для определения поверхностного натяжения жидкости методом отрыва капель и содержит емкость с капилляром. Сила поверхностного натяжения в момент отрыва капли от капилляра равна ее весу (силе тяжести), и поэтому определяется по плотности жидкости и числу капель, полученному при опорожнении емкости с заданным объемом.

1. Перевернуть устройство № 1 и подсчитать число капель, оторвавшихся от капилляра при снижении уровня жидкости между двумя метками, т. е. полученных из объема высотой S. Опыт повторить три раза и вычислить среднее арифметическое значение числа капель n.

2. Найти опытное значение коэффициента поверхностного натяжения $\sigma = K\rho/n$ (K – постоянная сталагмометра, указана на корпусе устройства № 1) и сравнить его с табличным значением этого коэффициента σ^* для испытуемой жидкости (см. табл. 2.1). Исходные и полученные данные свести в табл. 2.6.

Таблица 2.6

Вид жидкости	K, м^3/с^2	ρ, кг/м^3	n	σ, Н/м	σ*, Н/м
Масло М-10					

Примечание. Эту работу можно выполнить на устройстве № 1 комплекса «Капелька-1» в дистанционном режиме на сайте: http://labkap.ru.

Контрольные вопросы

1. Перечислите физические свойства жидкости и дайте их определения.
2. Как плотность жидкости связана с удельным весом и вязкостью.
3. Какие приборы применяются для измерения плотности, удельного веса, вязкости и поверхностного натяжения; каков принцип их действия?
4. Как измеряют вязкость вискозиметрами различных типов?
5. В каких единицах в системе СИ измеряют плотность, удельный вес, коэффициенты динамической и кинематической вязкости, объемного сжатия, температурного расширения и поверхностного натяжения.

6. Какие свойства жидкостей представлены на рис. 2. 7, *а*.
7. Какое свойство жидкости демонстрируется на рис. 2.7, *б*.
8. Используя фазовую диаграмму (см. рис. 2.4, *а*) объяснить, почему в кастрюле-«скороварке» пища готовится быстрей и какие фазовые переходы воды происходят, когда мороз рисует красивые узоры на окнах (рис. 2.7, *в*).
9. Какими важными аномальными свойствами обладает вода?

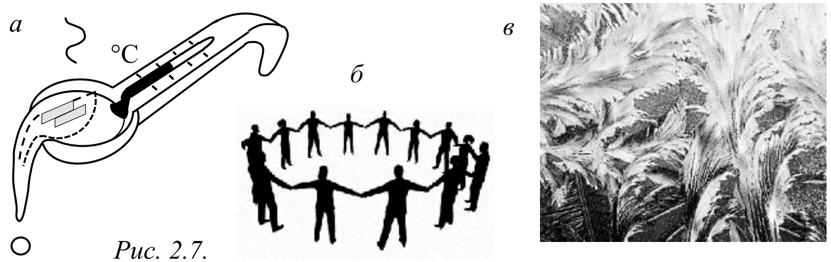


Рис. 2.7.

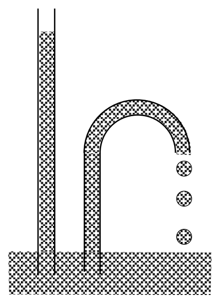


Рис. 2.8.

Упражнение.

Вопрос. Почему нельзя сделать «вечный двигатель», который работал бы на капиллярном эффекте (рис. 2.8)?

Ответ: Действительно, кажется, что возможно построить вечный двигатель на капиллярном эффекте, если взять изогнутую трубочку с меньшей высотой, чем высота столбика жидкости в прямой трубке. Однако капелька сверху трубки не будет стекать по ней, поскольку ее будут удерживать те же силы поверхностного натяжения, которые ее поднимали. Поэтому такой «вечный двигатель» работать не будет.

Примеры решения задач

Задача 1. Вес 10-ти литров жидкости составляет 95 Н. Определить ее удельный вес и плотность.

Решение. Из формул (2.1) удельный вес γ и плотность ρ жидкости

$$\gamma = G/W = 95/0{,}01 = 9500\ \text{Н/м}^3;\ \rho = \gamma/g = 9500/9{,}81 = 970\ \text{кг/м}^3.$$

Задача 2. Определить плотность воздуха в стандартных условиях (температура $t = 20$°C, давление $p = 101325$ Па).

Решение. Плотность воздуха находим из уравнения газового состояния (2.4)

$$\rho = p/(RT) = 101325/(287 \cdot 293) = 1{,}205\ \text{кг/м}^3.$$

Рис. 2.9.

Задача 3. Определить без манометра количество качков насоса N, чтобы накачать полностью спущенную резиновую камеру велосипеда при атмосферном давлении $p_а = 1$ атм до давления $p = 3{,}0$ атм, если объем камеры $W = 2{,}6$ л, а объем насоса $W_н = 0{,}2$ л.

Решение. Следует учесть, что в процессе обеспечивается постоянство перекачиваемого воздуха ($m = \text{const}$) и неизменность температуры ($T = \text{const}$). Поэтому процесс можно описать законом Бойля-Мариотта: $p_1 W_1 = p_2 W_2$, где в начале процесса накачки $p_1 = p_а$, $W_1 = W_н N$, а в конце $p_1 = p$, $W_2 = W$.

Тогда из равенства $p_а W_н N = p\, W$ найдем число качков насоса:

$$N = (p/p_а)(W/W_н) = (3{,}0 \text{ атм}/1{,}0 \text{ атм})(2{,}6 \text{ л}/0.2 \text{ л}) = 39.$$

Задача 4. Система водяного отопления с естественной циркуляцией состоит из котла 1, нагревательного прибора 2, труб 3 и расширительного сосуда 4, сообщающегося с атмосферой. Во время перерывов в работе топки происходит снижение температуры воды t в системе от 95 до 70 ºС, в результате чего объем воды в системе уменьшается. Он должен компенсироваться объемом воды из расширительного резервуара во избежание попадания воздуха внутрь системы. Определить требуемый объем расширительного сосуда ΔW, если внутренний объем системы отопления $W = 0{,}8$ м^3, а коэффициент температурного расширения $\beta_T = 0{,}0006$ ℃$^{-1}$.

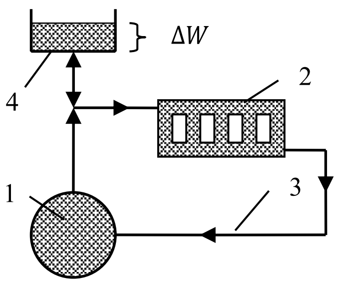


Рис. 2.10.

Решение: Из формулы (2.3) объем расширительного сосуда

$$\Delta W = \beta_t\, W\, \Delta t = 0{,}0006 \cdot 0{,}8(95 - 70) = 0{,}012 \text{ м}^3 = 12 \text{ л}.$$

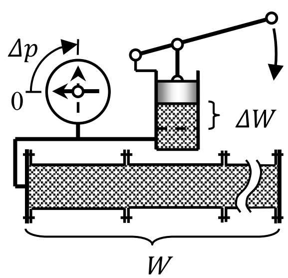


Рис. 2.11.

Задача 5. Участок водовода емкостью $W = 8$ м^3 подвергается гидравлическому испытанию на герметичность. Перед началом испытания он при атмосферном давлении полностью заполняется водой (коэффициент объемного сжатия воды $\beta_p = 5{,}4 \cdot 10^{-10}$Па$^{-1}$. Определить, какой дополнительный объем воды ΔW необходимо закачать в водовод для повышения давления в нем на величину $\Delta p = 1{,}5 \cdot 10^6$ Па. Деформацией трубопровода пренебречь.

Решение. Из формулы (2.2) искомый объем воды $\beta_p = 5{,}4 \cdot 10^{-10}$Па$^{-1}$

$$\Delta W = \beta_p\, \Delta p\, W = 5{,}4 \cdot 10^{-10} \cdot 1{,}5 \cdot 10^6 \cdot 8 = 0{,}0065 \text{ м}^3 = 6{,}5 \text{ л}.$$

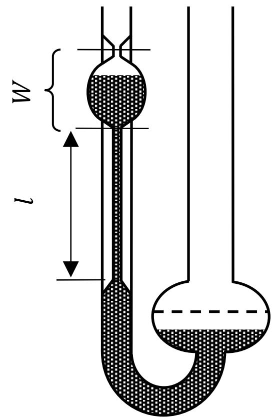


Рис. 2.12. Капиллярный вискозиметр

Задача 6. Определить динамический коэффициент вязкости жидкости μ и погрешность его измерения капиллярным вискозиметром *Оствальда* (рис.2.6). Вязкость определяется по времени истечения ($t = 50 \pm 0{,}2$ с) заданного объема ($W = 5 \pm 0{,}01$ см^3) жидкости через капилляр (длиной $l = 100 \pm 0{,}5$ мм с радиусом $r = 0{,}5 \pm 0{,}05$ мм). Истечение происходит под действием создаваемого силой тяжести самой жидкости давления $p = 1230 \pm 5$ Н/м^2 (125 ± 0,5 мм вод. ст.).

Тогда относительные погрешности измерения указанных величин составят: $\delta_t = 0{,}2/50 = \pm 0{,}004$; $\delta_w = \pm 0{,}002$; $\delta_l = \pm 0{,}005$; $\delta_r = \pm 0{,}1$; $\delta_p = \pm 0{,}004$.

Решение. Динамический коэффициент вязкости вычисляют по формуле Пуазейля

$$\mu = \pi\, p\, r^4\, t/(8\, l\, W):$$

$$\mu = 3{,}14 \cdot 1230 \cdot 0{,}0005^4 \cdot 50/(8 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}000005) = 0{,}003 \text{ Па} \cdot \text{с}.$$

Найдем относительную погрешность определения коэффициента μ:

$$\delta_\mu = \sqrt{\delta_p^2 + 4^2\delta_r^2 + \delta_t^2 + \delta_l^2 + \delta_w^2} = 0{,}4.$$

Таким образом, погрешность в определении вязкости составила 40 %, что недопустимо. При этом видно, что точность результата снижена в основном за счет значительной погрешности измерения радиуса капилляра δ_r.

Уменьшить погрешность δ_μ можно за счет более точного измерения радиуса капилляра, например, гидравлическим способом. Для этого нужно повторить опыт на эталонной жидкости, вязкость μ которой известна с высокой точностью, например, на воде. Затем вычислить уточненное значение радиуса капилляра r из формулы Пуазейля и повторить расчет погрешности δ_μ.

А можно вообще исключить из расчетной зависимости радиус капилляра r и другие величины, имеющие большие погрешности. Например, если выразить из формулы Пуазейля объемы W исследуемой и эталонной жидкостей и приравнять их, то получим $\mu = \mu_0\, p\, t/(p_0\, t_0)$, где параметры с индексом «0» найдены в опыте с эталонной жидкостью.

Кроме того, время истечения этих жидкостей прямо пропорционально кинематической вязкости ν. Поэтому для вискозиметров *заводского* изготовления кинематическую вязкость можно определить с относительной погрешностью 0,1–2,5 % из более простого выражения $\nu = Mt$, где M – постоянная вискозиметра, не зависит от температуры и определяется только геометрическими размерами вискозиметра (приводится в техническом паспорте).

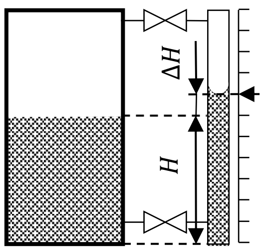


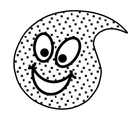
Рис. 2.13.

Задача № 7. Определить капиллярную погрешность измерения уровня воды ΔH в баке стеклянной уровнемерной трубкой диаметром 3 и 10 мм при температуре 20 ºС.

Решение. В табл. 2.1 для воды находим значения плотности $\rho = 998$ кг/м^3 и коэффициента поверхностного натяжения $\sigma = 0{,}073$ Н/м при температуре 20 ºС. Погрешность ΔH определяем по формуле (2.7) при диаметре $d = 3$ мм

$$\Delta H = h = 4\sigma/(\rho\, g\, d) = 4 \cdot 0{,}073/(998 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}003) = 0{,}01\text{м} = 10\text{ мм}$$

и при $d = 10$ мм: $\Delta H = 4 \cdot 0{,}073/(998 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}01) = 0{,}003\text{м} = 3\text{ мм}$



О свойствах жидкости с юмором

1. Если поставить ведро с водой в угол при температуре 20 ºС, как вы думаете, она закипит? - Нет, для кипения нужна температура в 100 градусов, а в углу только 90. А если понизить давление в помещении, то при каком давление она закипит?

2. Почему отопление дали на 10 дней позднее? "*Стыдно не знать гидравлику! Вода при нагревании расширяется и плохо пролазит в трубы*".

3. - Как называется Ваша диссертация? - Как решетом воду носить.
Лучше назовите ее «Анализ проблем транспортировки вещества в жидком агрегатном состоянии в сосудах с перфорированным дном».

4. У знаменитого бизнесмена спрашивают: - В чем секрет вашего успеха?
- Терпение, терпение. - Но я могу назвать много занятий, где не помогает терпение! - Например? - Носить воду в решете.
– Вы не правы, просто надо взять решето и потерпеть до прихода зимы.

5. Мой друг по телефону сообщил, что занимается "кавитационной и акватермической обработкой керамики, алюминия и стали в условиях ограниченной среды". Позднее, я узнал, что он мыл посуду струями горячей воды под присмотром жены. Как вы думаете: причем здесь кавитация?

3. ГИДРОСТАТИКА

Гидростатика – раздел гидравлики, в котором изучаются законы равновесия жидкостей и твердых тел, погруженных в жидкость.

3.1. Гидростатическое давление

Силы, действующие в жидкости. При изучении законов и положений гидравлики в жидкости выделяют некоторый объем с мысленными или реальными границами (стенки сосуда, поверхность поршня, граница с газовой средой). Затем рассматривают силы, действующие на этот объем.

Поверхностные силы приложены к поверхности рассматриваемого объема жидкости. К ним относятся сила $P_\text{а}$ атмосферного давления $p_\text{а}$ на свободную поверхность жидкости, сила давления p вышележащих слоев жидкости на поверхность мысленно выделенного объема (рис. 1, *а*), сила давления P поршня (рис. 3.1, *б*), силы реакции стенок сосуда, а также силы внутреннего трения (возникают только при движении жидкости).

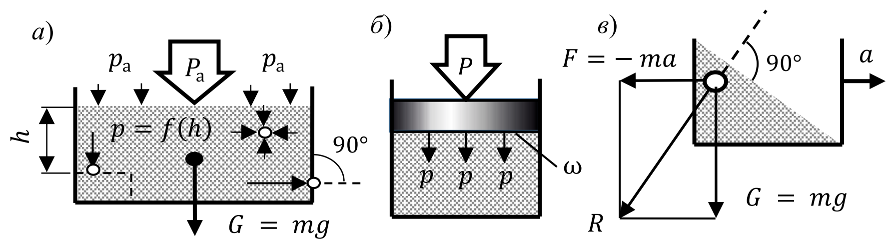


Рис. 3.1. Схемы действия поверхностных и массовых сил на жидкость

Массовые силы приложены к каждой частице жидкости и пропорциональны массе m выделенного объема. К ним относят силу тяжести G (рис. 3.1, *а*, *в*) и силу инерции F, действующую на жидкость в движущемся с ускорением a сосуде (рис. 3.1, *в*). Если ускорение не изменяется во времени, то жидкость становится неподвижной относительно стенок сосуда (*в относительном покое*) и поэтому такие случаи также рассматриваются в гидростатике.

В расчетах удобно использовать *единичные силы*, представляющие отношение поверхностной силы к площади или массовой силы – к массе. Так, сила P, приложенная к поршню (см. рис. 3.1, *б*), создает на поверхности жидкости площадью ω *единичную поверхностную силу* $P/\omega = p$, называемую *давлением*. Массовая сила равна произведению массы на ускорение ($F = -ma$), поэтому *единичная массовая сила* численно равна соответствующему ускорению a с противоположным знаком:

$$F/m = -ma/m = -a.$$

Удельный вес жидкости $\gamma = \rho g$ является *единичной объемной силой* тяжести $\gamma = G/W$, где W – объем жидкости. Силы в неподвижной жидкости приводят к образованию только нормальных сжимающих напряжений.

Гидростатическим давлением p называют нормальное сжимающее напряжение в неподвижной жидкости, т. е. силу P, действующую на единицу площади ω поверхности:

$$p = P/\omega. \tag{3.1}$$

Гидростатическое давление в точке жидкости является пределом этого отношения, если ω стремится к нулю:

$$p = \lim_{\Delta\omega\to 0}\frac{\Delta P}{\Delta\omega}. \tag{3.2}$$

Свойства гидростатического давления в точке (рис. 3.1):

1 – направлено по нормали (перпендикулярно) от жидкости к площадке, на которую оно действует; 2 – в любой точке одинаково по всем направлениям; 3 – зависит от координат рассматриваемой точки $p = f(x, y, z)$.

Единицы измерения давления. За единицу измерения давления в системе единиц (СИ) принят *паскаль* (Па = Н/м^2), что соответствует давлению столба воды высотой всего 0,1 мм.

На практике чаще применяются укрупненные единицы: килопаскаль (1 кПа = 10^3 Па) и мегапаскаль (1 МПа = 10^6 Па). Продолжает применяться и *техническая атмосфера* (*ат*):
1 ат = 1 кгс/см^2 = 9,81·10^4 Па ≈ 10^5 Па =1 бар = 100 кПа = 0,1 МПа.

Величина давления p может выражаться также *высотой столба жидкости* $h = p/\gamma$, где γ – удельный вес жидкости. Например, давление в 1 ат создается слоем воды высотой 10 м или слоем ртути (ρ = 13600 кг/м^3) высотой 735 мм рт. ст.

Следует помнить, что *физическая атмосфера* (атм) создается столбом воды высотой 10,33 м или столбом ртути высотой 760 мм и равна 1 атм = 1,033 кгс/см^2 = 101 325 Па.

Виды давления. Различают абсолютное p, атмосферное $p_а$, манометрическое $p_м$ и вакуумметрическое $p_в$ давления (рис. 3.2).

Абсолютное давление отсчитывается от абсолютного вакуума (от абсолютного нуля) и определяется в любой точке покоящейся жидкости по *основному уравнению гидростатики*:

$$p = p_0 + \gamma h, \tag{3.3}$$

где p_0 – внешнее давление, т. е. абсолютное давление на свободной поверхности жидкости; γ – удельный вес жидкости; $\gamma = \rho g$; h – глубина погружения точки под свободной поверхностью; γh – весовое давление столба жидкости над точкой.

За начало (нуль) отсчета может быть принято и *атмосферное давление* $p_а$, которое создается силой тяжести воздуха атмосферы. Тогда, если абсолютное давление больше атмосферного ($p > p_а$), то его избыток над атмосферным называют *манометрическим* (или избыточным) *давлением*: $p_м = p - p_а$.

Если абсолютное давление меньше атмосферного ($p < p_а$), то недостаток абсолютного давления до атмосферного называют *вакуумметрическим давлением* (или вакуумом): $p_в = p_а - p$.

Отсюда пределы изменения каждого вида давлений:

$p = 0 \dots \infty$; $p_м = 0 \dots \infty$; $p_в$ = 0–1 атм, или 10,33 м вод. ст.

Проиллюстрируем связь различных видов давления между собой и с высотами столба жидкости на примере простейшего поршневого насоса (рис. 3.2, *б*), содержащего вертикальную трубу и поршень, перемещаемый в ней.

При перемещении поршня вверх, под ним создается вакуум $p_в$ и вода под действием атмосферного давления $p_а$, приложенного к свободной поверхности в сосуде, следует за ним (атмосфера «вдавливает» воду в трубу). Но на некоторой высоте $h_в$ вода оторвется от поршня с образованием полости с абсолютным давлением, равным давлению насыщенных паров воды при данной температуре и близким к нулю ($p = 0$). Вакуум окажется максимальным и *теоретически* составит 1 *атм*. При дальнейшем перемещении поршня вверх высота подъема жидкости в трубе не изменится, так как столб жидкости в трубе высотой $h_в = 10{,}33$ м вод. ст. уравновесит атмосферное давление $p_а$.

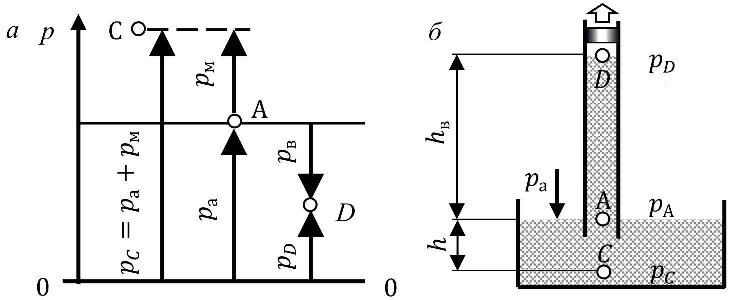
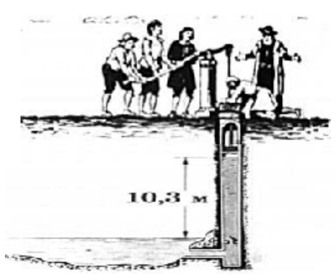


Рис. 3.2. Иллюстрация видов давления (*а*) и схема простейшего поршневого насоса (*б*)

Таким образом, насосы *теоретически* могут забирать воду при их расположении над свободной поверхностью около 10,33 м, а *на практике* – только при высоте $h_в < 6 \ldots 7$ м ввиду технических ограничений создания глубокого вакуума и наличия потерь напора на преодоление гидравлических сопротивлений.



Впервые весомость воздуха привела людей в замешательство в 1638 году, когда не удалась затея герцога Тосканского украсить сады Флоренции фонтанами – вода не поднималась выше 10,3 м.

Виды приборов для измерения давления. Приборы для измерения атмосферного давления называются *барометрами*, манометрического (избыточного) – *манометрами*, вакуума – *вакуумметрами*. По принципу действия приборы подразделяются на жидкостные, механические и электрические.

Жидкостные приборы исторически стали применяться первыми. Их действие основано на принципе уравновешивания измеряемого давления p силой тяжести столба жидкости высотой h в приборе: $p = \gamma h$. Поэтому величина давления может быть выражена высотой столба жидкости (мм рт. ст., м вод. ст.). Жидкостные приборы имеют простую конструкцию и высокую точность, однако они удобны только при измерении небольших давлений.

В *механических приборах* давление вызывает деформацию чувствительного элемента (трубка, мембрана), которая специальными механизмами передается на указатель. Эти приборы компактны и имеют большой диапазон измеряемых давлений.

В *электрических приборах* воспринимаемое чувствительным элементом давление преобразуется в электрический сигнал. Сигнал регистрируется показывающим (вольтметр, амперметр) или пишущим приборами. В последнем случае можно фиксировать давление при быстропротекающих процессах.

Жидкостные приборы. *Манометр* может быть выполнен в виде *открытого пьезометра* (от греческих слов «давление» и «мера», «измеряю»). Это вертикальная прозрачная трубка (рис. 3.3, *а*) диаметром более 8 мм (для исключения ошибок от капиллярного поднятия) со шкалой, отградуированной в единицах длины. Верхний конец трубки открыт (сообщается с атмосферой), а нижний подсоединяется к резервуару с жидкостью в точке, где измеряется давление. Принцип действия пьезометра основан на уравновешивании манометрического давления $p_м$ в точке давлением столба той же жидкости, что и в резервуаре: $p_м = \gamma h_м$, где $h_м$ – высота столба жидкости в пьезометре, называемая *манометрической* или *пьезометрической высотой* и являющаяся мерой давления.

Для измерения незначительных давлений с повышенной точностью используют *микроманометры 2*, представляющие собой наклонную пьезометрическую трубку (рис. 3.4). Видно, что точность повышается за счет отсчета длины l вместо отсчета малой высоты $h_м$.

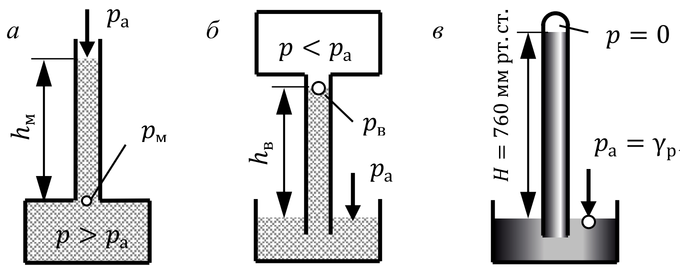


Рис. 3.3. Однотрубные приборы для измерения давления: *а* – открытый пьезометр (манометр); *б* – обратный пьезометр (вакуумметр); *в* – закрытый пьезометр (барометр)

Вакуумметр измеряет вакуумметрическое давление (вакуум) и может быть выполнен в виде *обратного пьезометра* (рис. 3.3, *б*). Верхний конец пьезометра соединяется с сосудом, находящимся под вакуумом, а нижний – опускается в рабочую жидкость, свободная поверхность которой находится под атмосферным давлением. Так как давление в сосуде меньше атмосферного, жидкость в трубке под действием атмосферы поднимается на некоторую высоту, называемую вакуумметрической высотой $h_в$. Тогда вакуумметрическое давление $p_в = γh_в$.

Барометр предназначен для определения абсолютного давления атмосферы и содержит сообщающуюся с атмосферой чашу с рабочей жидкостью (обычно с ртутью) и опущенный в нее *закрытый пьезометр* (рис. 3.3, *в*). Его верхний конец запаян и из него откачан воздух, где абсолютное давление практически равно нулю. Изменение атмосферного давления $p_а$ приводит к соответствующему изменению высоты H столба жидкости в трубке, являющейся мерой атмосферного давления: $p_а = γ_р H$.

Таким прибором впервые было измерено атмосферное давление итальянским ученым Э. Торричелли в 1642 г.

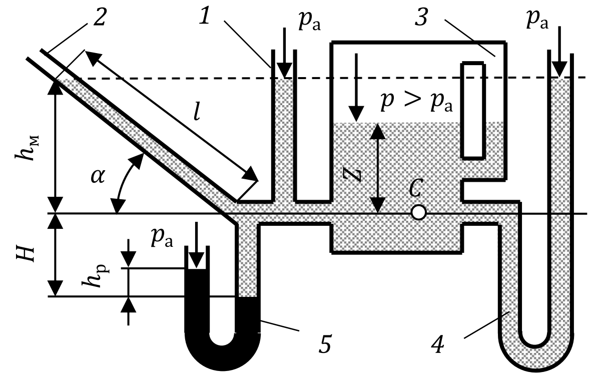


Рис. 3.4. Манометры 1 и 2, уровнемер 3 и мановакуумметры 4 и 5

Отсчет по пьезометрам делают с точностью около 1 мм по нижней поверхности вогнутого мениска (например, для воды) или по верхней поверхности выпуклого мениска (в случае использования ртути). Описанные пьезометры чувствительны и точны, однако они удобны только при измерении небольших давлений (до 0,2 ат). При значительных давлениях трубка должна быть чрезмерно длинной, что осложняет их применение.

Мановакуумметры могут измерять как манометрическое, так и вакуумметрическое давление. Примерами таких приборов являются *U*-образные трубки *4* и *5* (рис. 3.4).

Для измерения значительных манометрических давлений (до 2 ат) используют *двухтрубные* (*U-образные*) *пьезометры 5*, которые заполняются жидкостью с большей плотностью (обычно ртутью), чем плотность жидкости, в которой измеряется давление. Под действием давления в точке *C* в сосуде уровень ртути в правом колене пьезометра *5* понижается, а в левом – повышается. При этом манометрическое давление в точке *C* составляет:

$$p_м = γ_р h_р - γH,$$

а абсолютное давление в сосуде над свободной поверхностью

$$p = p_{\text{а}} + p_{\text{м}} - \gamma z,$$

где z – глубина погружения точки *C* под свободной поверхностью в сосуде; определяется с использованием уровнемера *3* (рис. 3.4).

Дифманометры применяют для измерения разности (перепада) давлений в двух точках, например на участке трубы с движущейся жидкостью. Здесь, как и раньше, перепад давлений Δp определяется разностью уровней ртути в коленах *U*-образной трубки *1* (рис. 3.5, *а*): $\Delta p = p_1 - p_2 = (\gamma_{\text{р}} - \gamma) h_{\text{р}}$.

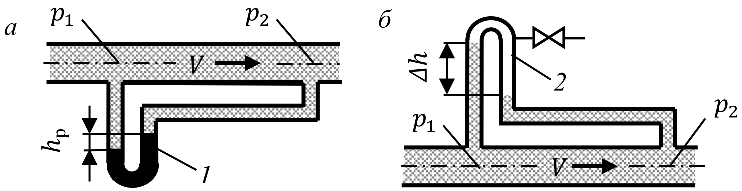


Рис. 3.5. U-образные дифманометры

Для регистрации малых перепадов давления применяют перевернутую *U*-образную трубку *2* с воздухом в верхней ее части (рис. 3.5, *б*). Перепад давлений определяется по разности уровней жидкости, протекающей в трубопроводе: $\Delta p = p_1 - p_2 = \gamma\, \Delta h$. Преимуществами жидкостных приборов являются простота конструкции и высокая точность, однако они удобны только при измерении небольших давлений.

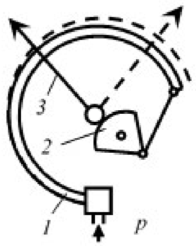


Рис. 3.6. Пружинный манометр

Для измерения высокого давления обычно применяют пружинные манометры. В них измеряемое давление передается в изогнутую в виде серпа латунную трубку *1* эллиптического поперечного сечения и частично распрямляет ее (рис. 3.6). С помощью зубчатой передачи *2* деформация трубки преобразуется в поворот стрелки *3*, которая указывает величину измеряемого давления.

Равновесие жидкости в сообщающихся сосудах. Условия равновесия жидкости в сообщающихся сосудах устанавливаются исходя из основного уравнения гидростатики.

В общем случае (рис. 3.7, *а*) сообщающиеся сосуды могут содержать несмешивающиеся жидкости с различным удельным весом ($\gamma_1 \neq \gamma_2$) и с разными давлениями ($p_{01} \neq p_{02}$) на свободных поверхностях. Поверхность раздела жидкостей 0–0 одновременно является поверхностью равного давления. Поэтому давление в точках 1 и 2 одинаково ($p_1 = p_2$). При совмещении начала отсчета координат с поверхностью раздела жидкостей 0–0 можно приравнять два выражения для давления в точках 1 и 2:

$$p_{01} + \gamma_1 \mathrm{h}_1 = p_{02} + \gamma_2 \mathrm{h}_2, \tag{3.4}$$

где h_1 и h_2 глубина погружения точек 1 и 2 в сосудах.

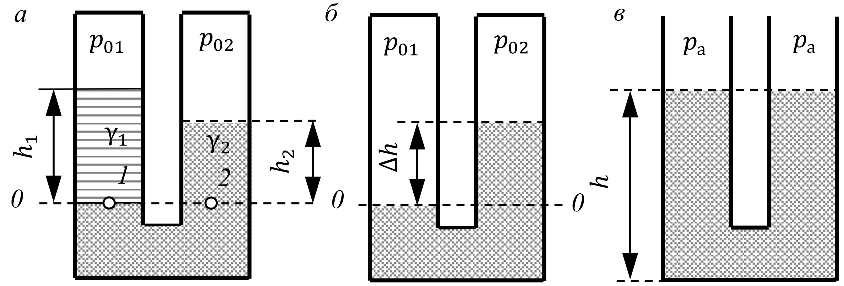


Рис. 3.7. Сообщающиеся сосуды с разнородными жидкостями (*а*) и с однородной жидкостью (*б, в*)

Частные случаи.

1. Внешние давления в сосудах равны ($p_{01} = p_{02}$). Тогда из (3.4) следует $\gamma_1 \mathrm{h}_1 = \gamma_2 \mathrm{h}_2$ и отношение глубин точек обратно пропорционально отношению их удельных весов: $h_1/h_2 = \gamma_2/\gamma_1$. Получаем устройство (рис. 3.8, *а*) для измерения удельного веса γ_2 неизвестной несмешивающейся жидкости по удельному весу γ_1 известной жидкости: $\gamma_2 = \gamma_1\, \mathrm{h}_1/\mathrm{h}_2$.

2. В сосудах однородная жидкость ($\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$) под разным внешним давлением ($p_{01} \neq p_{02}$) (рис. 3.7, *б*), то разность по-

верхностных давлений равна весовому давлению столба жидкости высотой, равной перепаду свободных поверхностей жидкости в сосудах: $p_{01} - p_{02} = \gamma(h_2 - h_1) = \gamma\Delta h$.

На (рис. 3.8, *б*) представлен открытый пьезометр. Он позволяет определить манометрическое давление по высоте столба рабочей жидкости: $p_1 - p_а = p_м = \gamma\Delta h = \gamma h_м$.

3. В сосудах находится однородная жидкость ($\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$) под одинаковым внешним давлением ($p_{0A} = p_{0B}$) (рис. 3.7, *в*). Тогда уровни жидкости в сосудах расположены на одной отметке ($h_1 = h_2 = h$). Это свойство используют в водомерных стеклах для контроля уровня жидкости в закрытых емкостях и емкостях с высоким давлением (рис. 3.8, *в*).

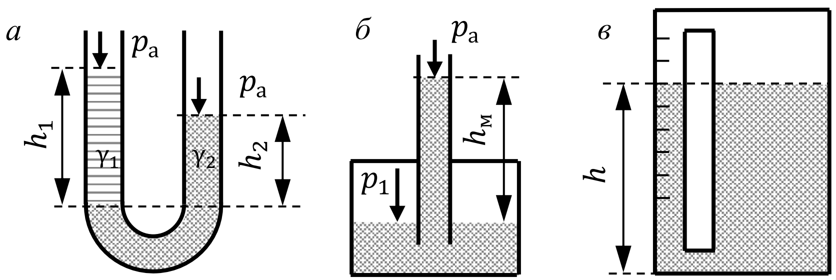


Рис. 3.8. Прибор для измерения удельного веса жидкости (*а*), пьезометр (*б*), водомерное стекло (*в*)

Лабораторная работа № 2

ИЗУЧЕНИЕ ЖИДКОСТНЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ

Цель работы. Демонстрация основных положений гидростатики в режиме действия различных жидкостных приборов.

Описание устройства № 2

Устройство № 2 выполнено прозрачным и имеет полость *1*, в которой всегда сохраняется атмосферное давление $p_а$, и опытный резервуар *2*, частично заполненный водой (рис. 3.9, 3.10).

Для измерения давления и уровня жидкости в резервуаре *2* служат жидкостные приборы *3, 4* и *5*. Они представляют собой прозрачные вертикальные каналы с равномерными шкалами.

Рис. 3.9. Общий вид устройства № 2 в обычном положении

Однотрубный манометр (пьезометр) 3 сообщается верхним концом с атмосферой, а нижним – с опытным резервуаром *2*. Им определяется манометрическое (избыточное) давление $p_м = \gamma h_п$ на дне резервуара через пьезометрическую высоту $h_п$.

Уровнемер 4 соединен обоими концами с резервуаром 2 и служит для измерения уровня жидкости H в нем.

Мановакуумметр 5 представляет собой *U*-образный канал, частично заполненный жидкостью. Левым коленом он подключен к резервуару *2*, а правым – к полости *1* и предназначен для определения манометрического $p_м = \gamma h_м$ (рис. 3.10, *а*) или вакуумметрического $p_в = \gamma h_в$ (рис. 3.13, *б*) давлений над свободной поверхностью жидкости в резервуаре *2*. Давление в опытном резервуаре *2* можно изменять путем наклонов устройства № 2.

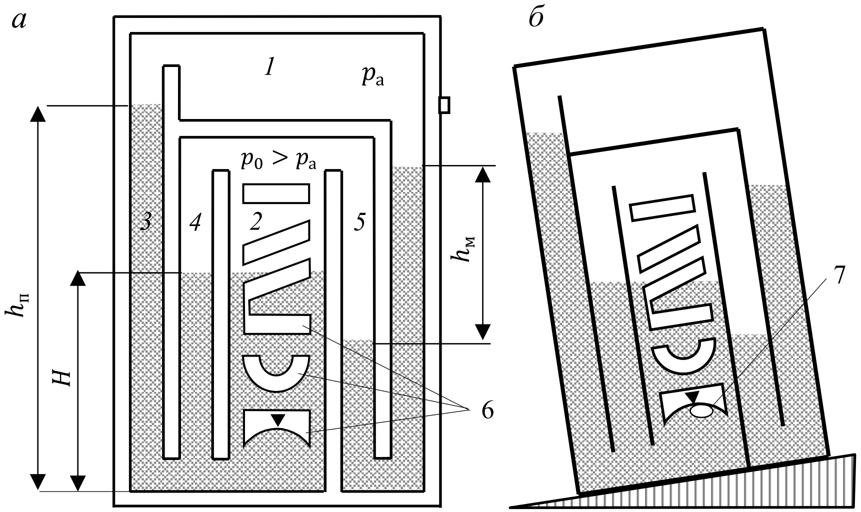


Рис. 3.10. Устройство № 2 в обычном (*а*) и наклонном (*б*) положении: *1* – полость с атмосферным давлением; *2* – опытный резервуар; *3* – пьезометр; *4* – уровнемер; *5* – мановакуумметр; *6* – поперечные перегородки; *7* – пузырек воздуха

Опытный резервуар *2* снабжен поперечными фигурными перегородками 6, концы которых не доходят до его стенок. Причем концы двух соседних перегородок соединены с одной стороны глухой перегородкой, а нижняя перегородка имеет цилиндрическую поверхность и отметку в виде треугольника для контроля положения прибора.

Порядок выполнения работы

При демонстрации принципа действия уровнемера 4 отмечают расположение уровня жидкости в нем и в резервуаре *2* на одной горизонтали при обычном (рис. 3.10, *а*) и наклонном положении устройства *2* (рис. 3.10, *б*).

При изучении пузырькового уровня устройство № 2 из обычного положения (рис. 3.10, *а*) переводят в горизонтальное положение, наклоняя его от себя, а затем быстро возвращают в исходное положение. При этом под перегородкой с цилиндрической поверхностью в жидкости остается воздушная полость в виде пузырька 7 (рис. 3.10, *б*). Перегородка с треугольной меткой и пузырьком 7 в жидкости под ней представляют собой модель пузырькового уровня, который используется для контроля горизонтальности и вертикальности поверхностей.

Для демонстрации принципа действия уровня устанавливают устройство в обычном положении на контролируемую поверхность, например, на стол. В случае ее горизонтальности пузырек 7 разместится точно под треугольной меткой. Если она не горизонтальна, то произойдет смещение пузырька от среднего положения, как показано на рис. 3.10, *б*. Для контроля вертикальности поверхности, например, стены устройство прикладывается к ней боковой стороной и проверяется положение пузырька.

При изучении сообщающихся сосудов устройство № 2 устанавливают на правую боковую сторону (рис. 3.11, *а*). Фигурные перегородки в опытной камере *2* образуют между собой сообщающиеся сосуды различной формы. Поэтому свободные поверхности жидкости в камере *1* и в сообщающихся сосудах в камере *2* устанавливаются на одном горизонтальном уровне.

В сосуде с перегородкой *8* демонстрируется отклонение положения свободной поверхности от общего уровня из-за отсутствия связи с другими сосудами через воздух сверху.

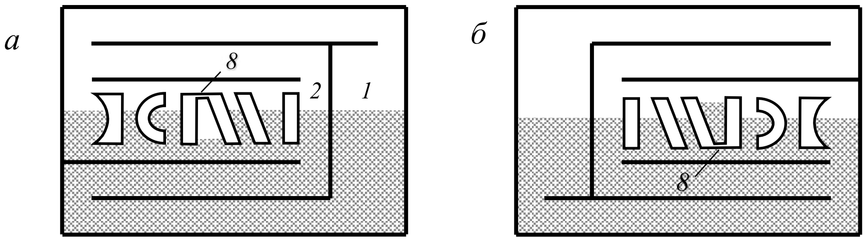


Рис. 3.11. Демонстрация сообщающихся сосудов различной формы

Если перевернуть прибор и поставить его на другую боковую стенку (рис. 3.11, *б*), то равенство давления воздуха над жидкостью в сосудах будет соблюдаться. Но уровень жидкости в сосуде с перегородкой 8 будет снова отличаться от общего из-за нарушения сообщения этого сосуда с другими сосудами через жидкость снизу. Таким образом, устройство № 2 позволяет показать, что положение о равенстве уровней в сосудах различной формы соблюдается в том случае, если они сверху сообщаются между собой через газовую среду, а снизу – через жидкость.

Для демонстрации принципа действия гидроуровней и уклономеров устройство № 2 располагают боковой стенкой на контролируемой поверхности (рис. 3.12). В опытной камере *2* и в полости *1* устанавливается общий горизонтальный уровень жидкости. Эта система аналогична обычному строительному гидравлическому уровню *9* из двух сосудов, соединенных гибкой трубкой.

При равенстве показаний уровней жидкости $h_1 = h_2$ в камерах 1 и 2 контролируемая поверхность считается горизонтальной.

Если контролируемая наклонная поверхность при длине L имеет перепад отметок Z (см. рис. 3.12), то ее уклон $i = Z/L$ и определяется по измеренным на шкалах прибора величинам h_1, h_2 и расстоянию между шкалами l по формуле:

$$i = (h_1 - h_2)/l.$$

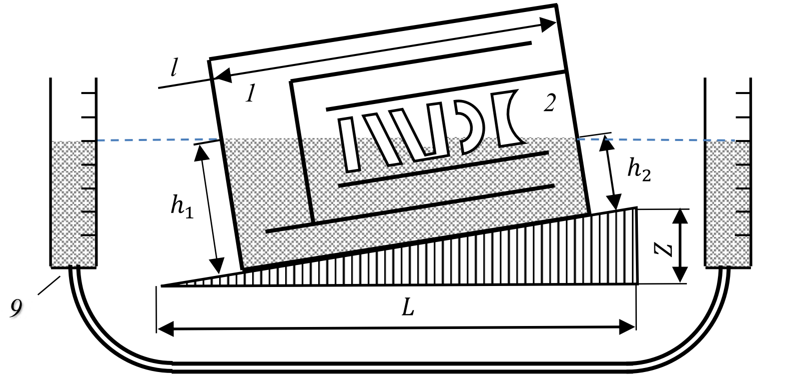


Рис. 3.12. Демонстрация принципа работы гидроуровней и уклономеров

Лабораторная работа № 3
ИЗМЕРЕНИЕ ГИДРОСТАТИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ ЖИДКОСТНЫМИ ПРИБОРАМИ

Цель работы. Приобретение навыков по измерению гидростатического давления жидкостными приборами.

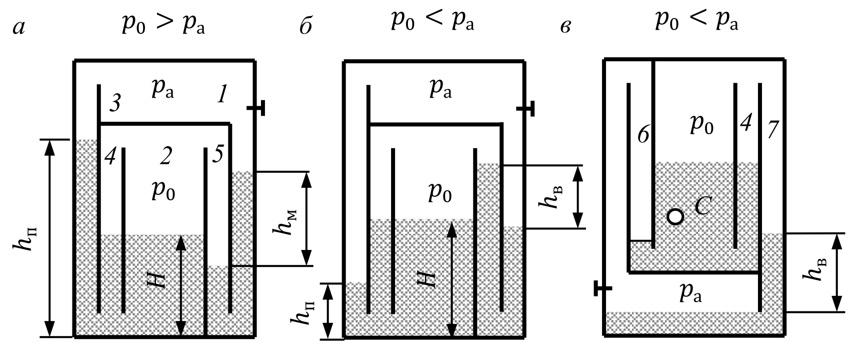


Рис. 3.13. Схема устройства № 2:
1 – полость с атмосферным давлением; *2* – опытный резервуар; *3* – пьезометр; *4* – уровнемер; *5* – мановакуумметр; *6* – пьезометр; *7* – вакуумметр

3.5.1. Порядок выполнения работы

В работе проводятся измерения давлений в опытном резервуаре *2* с жидкостью разными жидкостными приборами (рис. 3.13). А затем по основному уравнению гидростатики вычисляются абсолютные давления в заданных точках и сравниваются результаты, полученные через показания разных приборов.

1. В резервуаре *2* над жидкостью создать давление выше атмосферного ($p_0 > p_а$), о чем свидетельствуют превышение уровня жидкости в пьезометре *3* над уровнем в резервуаре и прямой перепад уровней в мановакуумметре *5* (рис. 3.13, *а*). Для этого устройство поставить на правую сторону, а затем поворотом его против часовой стрелки отлить часть жидкости из левого колена мановакуумметра *5* в резервуар *2* и вернуть в исходное положение (рис. 3.14).

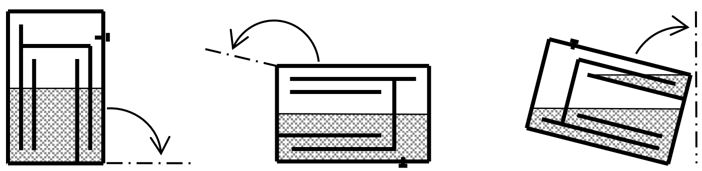


Рис. 3.14. Порядок действий по созданию избыточного давления ($p_0 > p_а$) над жидкостью в опытном резервуаре *2*

2. Снять показания пьезометра $h_п$, уровнемера H и мановакуумметра $h_м$.

3. Вычислить абсолютное давление на дне резервуара через показания пьезометра, а затем – через величины, измеренные уровнемером и мановакуумметром. Для оценки сопоставимости результатов определения давления на дне резервуара двумя путями найти относительную погрешность δp.

4. Над свободной поверхностью жидкости в резервуаре *2* создать вакуум ($p_0 < p_а$), когда уровень жидкости в пьезометре *3* становится ниже, чем в резервуаре, а на мановакуумметре *5* появляется обратный перепад $h_в$ (рис. 3.13, *б*). Для этого поставить устройство на левую сторону, а затем наклоном вправо отлить

часть жидкости из резервуара *2* в левое колено мановакуумметра *5*. Далее выполнить операции по пп. 2 и 3.

5. Перевернуть устройство против часовой стрелки (рис. 3.13, *в*). В этом случае канал *4* остается уровнемером, колено мановакуумметра *5* преобразуется в пьезометр *6*, а пьезометр *3* – в *вакуумметр* (*обратный пьезометр*) *7*, служащий для определения вакуума $p_в = \gamma h_в$ над свободной поверхностью жидкости в резервуаре *2*. Определить манометрическое или вакуумметрическое давление в заданной преподавателем точке C через показания пьезометра *6*, а затем с целью проверки найти его через показания обратного пьезометра *7* и уровнемера *4*.

В процессе проведения опытов и обработки экспериментальных данных заполнить табл. 3.1.

Таблица 3.1

№ п/п	Наименование величин	Обозначение, формула	Опыт при	
			$p_0 > p_а$	$p_0 < p_а$
1	Пьезометрическая высота, м	$h_п$		
2	Уровень жидкости в резервуаре, м	H		
3	Манометрическая высота, м	$h_м$		
4	Вакуумметрическая высота, м	$h_в$		
5	Абсолютное давление на дне резервуара по показанию пьезометра, Па	$p = p_а + \gamma h_п$		
6	Абсолютное давление в резервуаре над жидкостью, Па	$p_0 = p_а + \gamma h_м$		
		$p_0 = p_а - \gamma h_в$		
7	Абсолютное давление на дне резервуара по показаниям мановакуумметра и уровнемера, Па	$p^* = p_0 + \gamma H$		
8	Погрешность результатов определения давления на дне резервуара, %	$\delta p = \dfrac{100(p - p^*)}{p}$		

Примечание. Принять атмосферное давление $p_а$ = 101 325 Па, удельный вес воды γ = 9810 Н /м³.

Контрольные вопросы

1. Что такое гидростатическое давление? Как оно определяется?
2. Каково соотношение между единицами давления Па и ат?
3. Напишите основное уравнение гидростатики. Что понимают под терминами: «внешнее давление» и «весовое давление».
4. Как связаны между собой различные виды давления?
5. Перечислите частные случаи сообщающихся сосудов.
6. Назовите приборы для измерения гидростатического давления в устройстве № 2. Поясните принцип их действия.
7. Каким образом изменяется давление в устройстве № 2?
8. Что такое пьезометрическая и вакуумметрическая высота?
9. Как определить давление в точке *C* устройства № 2 (рис. 3.13, *в*)?

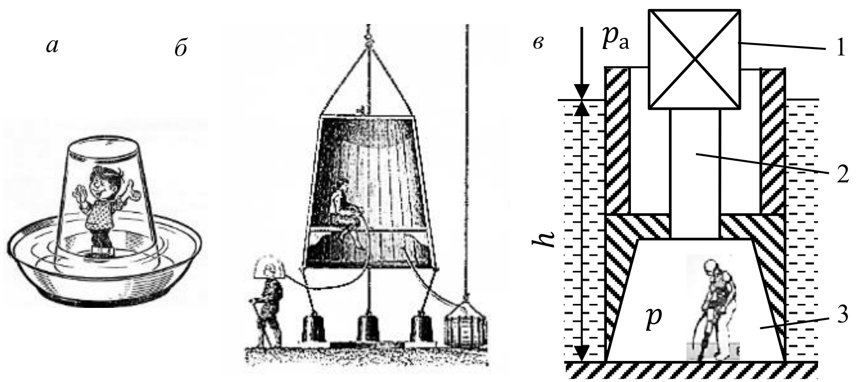


Рис. 3.15. Опыт «перевернутый стакан» (*а*), водолазный колокол (*б*), закрытый кессон (*в*): *1* – шлюзовой аппарат; *2* – шахтная труба; 3 – рабочая камера кессона

Примеры решения задач

Задача 1. Нижняя часть рабочей камеры кессона (рис. 3.15, *в*) находится на глубине $h = 30$ м от свободной поверхности воды. Определить избыточное и абсолютное давление воздуха, которое необходимо создать в рабочей камере кессона, чтобы вода из реки не могла проникнуть в камеру.

Кессоны используются при постройке мостов, плотин, доков, тоннелей и др. Максимальная глубина погружения кессонов (35...40 м) ограничена способностью человека выдерживать добавочное давление до 400 кПа. Перед спуском в рабочую камеру люди постепенно адаптируются в шлюзовом аппарате к высокому давлению и, затем после рабочей смены, – к атмосферному.

Быстрый переход от повышенного давления к атмосферному вызывает выделение растворенных в крови газов в виде пузырьков (вспенивание жидкости – см. раздел 2) и кессонную болезнь.

Решение. Избыточное (манометрическое) давление воздуха в рабочей камере должно быть не менее гидростатического давления на заданной глубине, т. е.

$$p_м \geq \rho g h \geq 1000 \cdot 9{,}8 \cdot 30 = 294000 \text{ Па} = 294 \text{ кПа}.$$

Тогда абсолютное давление в рабочей камере составит

$$p = p_а + \rho g h = 101325 + 294000 = 395325 \text{ Па} \approx 395 \text{ кПа}.$$

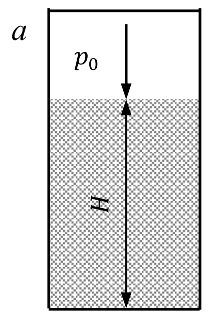


Рис. 3. 16

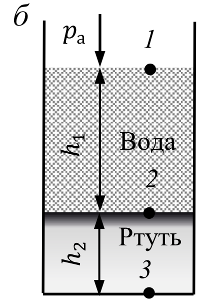


Рис. 3.17

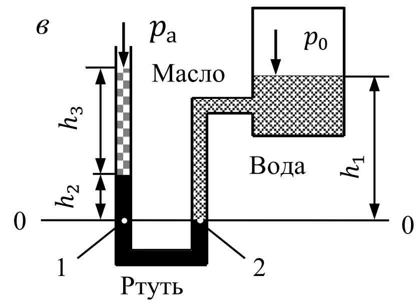


Рис. 3.18

Задача 2. Замкнутый сосуд (рис. 3.16) заполнен водой при температуре 20 °С. Определить абсолютное и избыточное (или вакуумметрическое) давление на дне сосуда, если давление на свободной поверхности жидкости составляет $p_0 = 150000$ Па, а высота слоя воды в сосуде $H = 6{,}5$ м.

Решение. Плотность воды при температуре $t = 20$ °С составляет $\rho = 998$ кг/м^3 (табл. 2.1). Абсолютное давление в точке на дне сосуда вычисляем по формуле (3.3):

$$p = p_0 + \rho g H = 150000 + 998 \cdot 9{,}81 \cdot 6{,}5 = 213637 \text{ Па} \approx 0{,}214 \text{ МПа}.$$

Тогда избыточное (манометрическое) давление в точке на дне сосуда

$$p_м = p - p_а = 213637 - 101325 = 112312 \text{ Па} \approx 0{,}112 \text{ МПа}.$$

Задача 3. Определить давление в точке *3* на дне резервуара, если в нем находятся вода и ртуть (рис. 3.17). Толщина верхнего слоя $h_1 = 1{,}5$ м и нижнего $h_2 = 0{,}5$ м. Давление в точке *1* равно атмосферному $p_1 = p_а$.

Решение. Давление в точке *2*: $p_2 = p_а + \gamma_в h_1$.

Давление в точке *3*: $p_3 = p_а + \gamma_в h_1 + \gamma_р h_2$.

Полагая $p_а = 101325$ Па, $\gamma_в = 9810\ \text{Н/м}^3$ и $\gamma_р = 136000\ \text{Н/м}^3$

$$p_3 = 101325 + 9810 \cdot 1{,}5 + 136000 \cdot 0{,}5 = 184040 \text{ Па} \approx 184 \text{ кПа}.$$

Задача 4. Определить абсолютное давление p_0 на свободную поверхность воды в резервуаре (рис. 3.18), если толщина слоя воды $h_1 = 1{,}0$ м, перепад уровней ртути в U-образной трубке $h_2 = 0{,}3$ м, а толщина слоя масла над ртутью в ней $h_3 = 0{,}7$ м. Удельный вес масла $\gamma_м = 8829\ \text{Н/м}^3$.

Решение. Для решения задач, в которых рассматриваются системы с сообщающимися сосудами (баками, коленами, цилиндрами) целесообразно провести через них плоскость равного давления 0–0. Если система находится под действием только силы тяжести, то такая плоскость должна быть горизонтальной и пересекать только одну жидкость. Затем на этой плоскости в сосудах выделяют по одной точке 1 и 2 ($p_1 = p_2$), а затем записывают выражения для абсолютного давления в этих точках:

$$p_1 = p_а + \gamma_м h_3 + \gamma_р h_2; \quad p_2 = p_0 + \gamma_в h_1.$$

Здесь $\gamma_м$, $\gamma_р$, $\gamma_в$– соответственно, плотности масла, ртути и воды.
Приравняв выражения между собой, определяют неизвестную величину:

$$p_0 = p_а + \gamma_м h_3 + \gamma_р h_2 - \gamma_в h_1$$

$$p_0 = 101325 + 8829 \cdot 0{,}7 + 136000 \cdot 0{,}3 - 9810 \cdot 1{,}0 = 138495 \text{ Па}$$

Задача 5. Определить избыточное давление воды в точке *С* в трубе с водой по показаниям батарейного ртутного манометра (рис. 3.19, *а*). Расстояние уровней ртути от верха трубы: h_1=2 м; h_2=0,5 м; h_3=1,5 м; h_4=0,7 м. Принять удельный вес воды $\gamma_в = 9810\ \text{Н/м}^3$ и ртути $\gamma_р = 133400\ \text{Н/м}^3$.

Решение. Батарейный ртутный манометр состоит из двух последовательно соединенных ртутных манометров. Давление воды в трубе уравновешивается весом столбов ртути и воды в трубках манометра. Значение давления в точке *С* рассчитывают с использованием горизонтальных плоскостей равного давления *2-3*, *4-5* и *6-7-8*, проведенных в однородных жидкостях. Суммируя показания манометра от открытого конца трубки, где избыточное давление в точке *1* $p_1 = 0$, до присоединения его к трубе, получим давление в точке *С*:

$$p = \gamma_р(h_1 - h_2) - \gamma_в(h_3 - h_2) + \gamma_р(h_3 - h_4) + \gamma_в h_4 =$$

$$= 133400(2{,}0 - 0{,}5) - 9810(1{,}5 - 0{,}5) + 133400(1{,}5 - 0{,}7) + 9810 \cdot 0{,}7 =$$

$$= 303877 \text{ Па} \approx 0{,}3 \text{ МПа}.$$

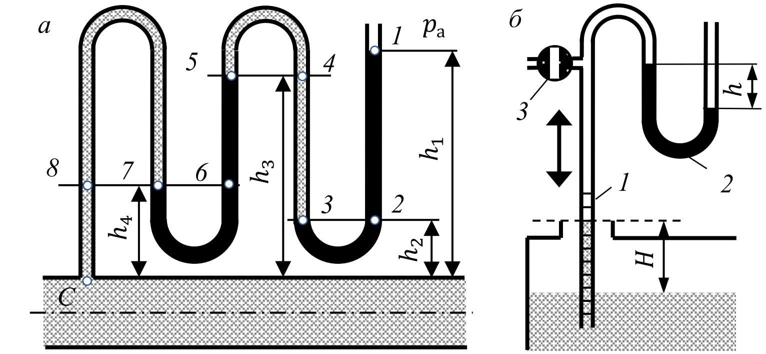


Рис. 3.19. Батарейный двух-жидкостный манометр (*а*) и устройство для измерения плотности и уровня (*б*)

Задача 6. На рис. 3.19, *б* представлен плотномер жидкости, состоящий из одиночной *1* и *U*-образной *2* прозрачных измерительных трубок. Трубка *1* отградуирована в единицах длины с началом отсчета на конце, а трубка *2* заполнена эталонной жидкостью с плотностью $\rho_э = 1000\ \text{кг/м}^3$.

При открытом кране *3* трубку *1* погрузили через горловину в резервуар с исследуемой жидкостью. После закрытия крана *3* подняли ее и за-счет возникшего в ней вакуума вытянули из резервуара жидкость до совпадения ее уровня со срезом горловины и измерили перепад уровней жидкости в трубке *2* ($h = 0{,}18$ м), а затем и высоту столба жидкости в трубке *1* ($H = 0{,}20$ м). Определить плотность исследуемой жидкости.

Решение. Столб исследуемой жидкости высотой H и плотностью ρ создает в общей полости трубок *1* и *2* вакуумметрическое давление $p = \rho g H$, которое регистрируется *U*-образной трубкой *2* по перепаду уровней эталонной жидкости h с плотностью $\rho_э$: $p = \rho_э g h$. Тогда плотность исследуемой жидкости ρ по получаемой из приведенных соотношений формуле

$$\rho = \rho_э h / H = 1000 \cdot 0{,}18/0.20 = 900\ \text{кг/м}^3.$$

Задача 7. Для того, чтобы газы из внутренней канализации не попадали в жилые помещения, под санитарными приборами устанавливают гидравлические сифоны (затворы), образующие водяные пробки (рис. 3.20). При залповом сбросе воды из приборов и движении воды с большими скоростями по вертикальным трубам (стоякам) вместе с водой увлекается воздух и в них возникает вакуум $p_в = 0{,}005$ ат $= 490$ Па. Какую высоту H должен иметь гидравлический затвор, чтобы он не срывался (вода не отсасывалась)?

Решение. Вакуумметрическое давление в стояке $p_в$ можно выразить через перепад уровней жидкости в сифоне: $p_в = \rho g h_в$. Отсюда, высота гидравлического затвора H для исключения срыва затвора должна быть

$$H > h_в = p_в/(\rho g) = 490/(1000 \cdot 9{,}8) = 0{,}05 \text{ м}.$$

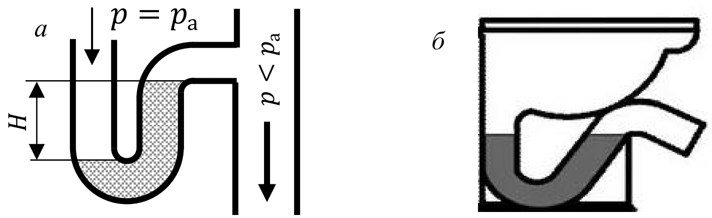
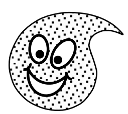


Рис. 3.20. Сифон раковины и мойки (*а*), встроенный сифон унитаза (*б*)

О единицах измерения с юмором



1. Покупатель: – У вас есть *однотонные* пакеты.
Продавец: – Нет, только на 0,5 и 1 кг.

2. Сила не в правде, а в Ньютонах!

3. Мой вес 50 кг

В килограммах измеряется масса m, а твой вес G – в Ньютонах:

$$G = mg = 50 \cdot 9{,}8 = 490{,}5 \text{ Н}.$$

4. Для запоминания единицы измерения давления придумана *небылица* как Архимед, Ньютон и Паскаль играли в прятки. Архимед водит и начинает считать. Паскаль убежал в кусты, а Ньютон нарисовал палкой вокруг себя квадрат со стороной 1 метр и стоит. Архимед поворачивается и кричит: - Ура! Я нашел Ньютона! – Э, нет! Ты нашел Паскаля. Обрати внимание на землю – один Ньютон на квадратный метр.

Рассчитайте, сколько паскалей составляет давление под таким квадратным щитом с человеком массой 80 кг. Весом щита пренебречь.

5. Заходит Паскаль в бар, а в *баре* уже сто тысяч *Паскалей*.

6. Литр – это килограмм, но мокрый.

3.2. Гидростатические механизмы

Закон Паскаля является следствием из основного уравнения гидростатики $p = p_0 + \rho g h$ и формулируется так: *внешнее давление в замкнутом объеме жидкости передается без изменения во всех направлениях.* Другими словами, при увеличении внешнего давления p_0 на величину Δp в точности на такую же величину возрастет и давление в каждой точке жидкости в замкнутом объеме (рис. 3.21). Но при этом следует помнить, что величина давления в различных точках не одинакова, так как зависит еще и от весового давления $\rho g h$ (от глубины h).

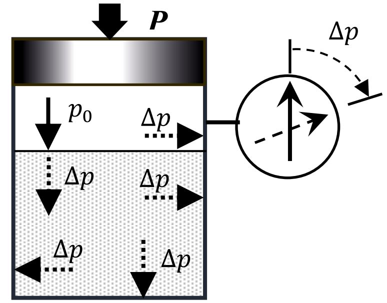


Рис. 3.21.

На законе Паскаля основан принцип действия различных гидравлических устройств, в которых давление передается на расстояние внутри замкнутого контура через жидкость.

Гидравлический пресс (рис. 3.22) состоит из двух сообщающихся между собой цилиндров с малым и большим поршнями. Малый цилиндр *1 с* поршнем является насосом, а большой цилиндр *2* с поршнем – гидродвигателем. Цилиндры заполнены несжимаемой жидкостью и соединены трубопроводом *3.*

Малый поршень имеет шток, к которому через рычаг с плечами a и b передается усилие T от руки человека. При этом на шток и малый поршень действует сила $F_1 = T(b/a)$, которая создает под малым поршнем диаметром d и площадью ω_1 давление

$$p = F_1/\omega_1 = 4F_1/(\pi d^2).$$

Согласно закону Паскаля это давление p передается во все точки замкнутого контура и создает силу F_2, действующую на большой поршень с диаметром D и площадью ω_2:

$$F_2 = p \cdot \omega_2 = p(\pi D^2/4) = F_1(\omega_2/\omega_1).$$

Эта сила во столько раз больше силы F_1, во сколько раз площадь $\omega_2 > \omega_1$.

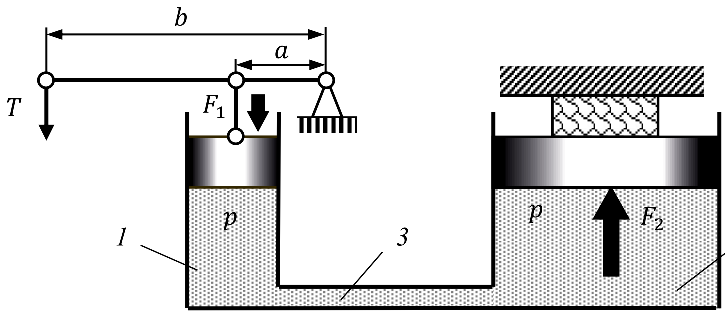


Рис. 3.22. Гидравлический пресс: *1* – малый цилиндр с поршнем; *2* – большой цилиндр с поршнем; *3* – трубопровод

В действительности сила F_2 будет меньше, чем рассчитанная по этой формуле, из-за потерь силы вследствие трения поршней о стенки цилиндров. Это учитывается введением коэффициента полезного действия $\eta = 0{,}75 \dots 0{,}9$. Тогда инженерная формула для расчета гидравлического пресса приобретает вид

$$F_2 = \eta \cdot T(b/a)(\omega_2/\omega_1). \qquad (3.5)$$

Гидравлические домкраты и подъемники конструктивно отличаются от пресса, но имеют тот же принцип работы.

Гидравлический мультипликатор (рис. 3.23) предназначен для увеличения давления в жидкости, например, в маслопроводах смазывающих устройств. Он состоит из цилиндров низкого и высокого давления и поршня.

Если в цилиндре *1* создать давление p_1, то из условия равновесия поршня в цилиндре *2* установится давление p_2, удовлетворяющее условию $p_1\omega_1 = p_1\omega_1$, откуда

$$p_2 = p_1(\omega_1/\omega_2) = p_1(d_1/d_2)^2,$$

где ω_1 и ω_2 – большая и малая площади поршня; d_1 и d_2 – большой и малый диаметры поршня.

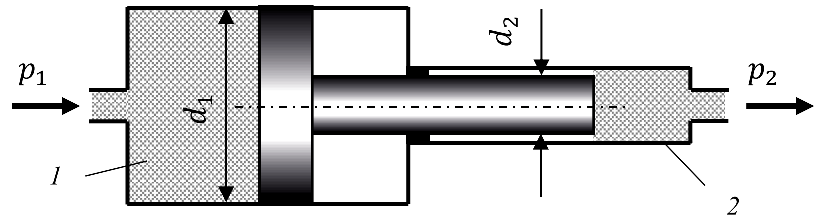


Рис. 3.23. Гидравлический мультипликатор

Таким образом, гидравлический мультипликатор повышает гидростатическое давление в ω_1/ω_2 раз.

Гидравлический аккумулятор (рис. 3.24) – устройство для периодического накопления рабочей жидкости под избыточным давлением и отдачи ее исполнительному механизму, что необходимо при циклической работе гидравлических приводов. Он обеспечивает работу насоса с постоянной нагрузкой и защиту гидросистем от пульсаций и гидроударов.

По способу накопления энергии аккумуляторы разделяют на грузовые и с упругим элементом. Грузовые аккумуляторы применяют в гидравлических прессах. В мобильных машинах их не применяют, так как они громоздки и создают пульсацию давления при вертикальных колебаниях груза.

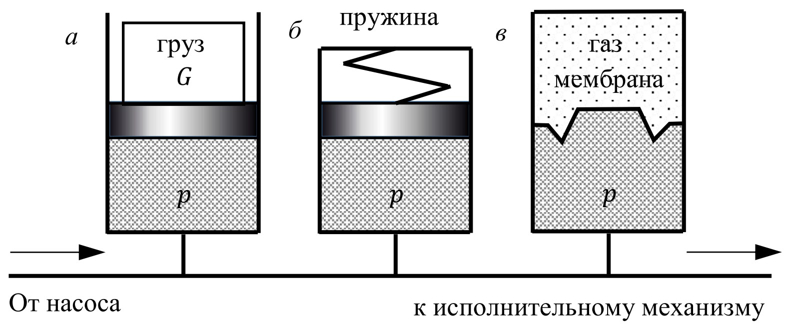
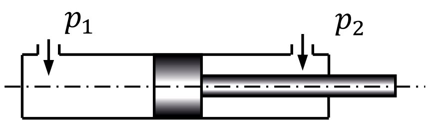


Рис. 3.24. Гидравлические аккумуляторы:
а – грузовой; *б* – пружинный; *в* – пневматический

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте закон Паскаля.
2. Назовите механизмы с принципом действия на законе Паскаля.
3. Назовите гидростатические механизмы для преобразования силы.
4. Назовите гидромеханизмы для преобразования давления.
5. Как связаны преобразуемые величины с отношением диаметров.
6. Если одинаковое давление в поршневой и в штоковой полостях гидроцилиндра ($p_1 = p_2$), то в каком направлении будет двигаться поршень?



Примеры решения задач

Задача 1. В качестве мультипликатора используется обычный гидроцилиндр *1* с поршнем *2* со штоком *3* (рис. 3.25). Диаметр поршня $D = 100$ мм, диаметр штока $d = 70$ мм. Жидкость подается в поршневую полость *A* под давлением p_1 =10 МПа. Определить давление p_2 на выходе из полости *B*.

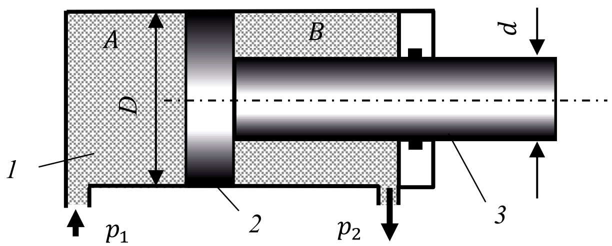


Рис. 3.25. Гидроцилиндр

Решение. Если в цилиндре *1* в полости *A* создать давление p_1, то из условия равновесия поршня в полости *B* возникнет почти в два раза большее давление p_2, удовлетворяющее условию $p_1 \omega_1 = p_2 \omega_2$, то есть

$$p_1\, \pi D^2/4 = p_2\, \pi(D^2 - d^2)/4,$$

где ω_1 и ω_2 – площадь поршня и кольцевая площадь (разность площадей поршня и сечения штока. Тогда

$$p_2 = p_1 D^2/(D^2 - d^2) = 10 \cdot 10^6 \cdot 0{,}1^2/(0{,}1^2 - 0{,}07^2) = 19{,}6 \text{ МПа}.$$

Задача 2. Домкратом с механическим и объемным КПД 75 % поднимают груз массой $m = 6$ т на высоту $h = 0{,}45$ м (рис. 3.26). Отношение площадей большого и малого поршня составляет $\omega_2/\omega_1 = D^2/d^2 = 100$, а ход малого поршня $l = 0{,}2$ м. Сколько ходов должен выполнить малый поршень и какое усилие нужно создавать на рукояти при нагнетании, если отношение длин плеч рычага $b/a = 10$. Весом поршней пренебречь.

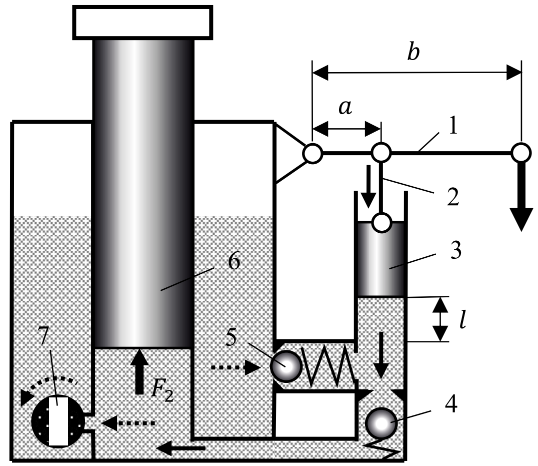


Рис. 3.26. Схема гидравлического домкрата:
1 – рычаг; *2* – шток;
3 –малый поршень;
4 – нагнетательный клапан;
5 – всасывающий клапан;
6 – большой поршень;
7 – кран для опускания груза

Решение. Учитывая, что $F_2 = mg$ из уравнения (3.5) с учетом механического КПД η определяем усилие на рукояти:

$$T = F_2(a/b)(\omega_1/\omega_2)/\eta = 6000 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}01/0{,}75 = 78{,}5 \text{ Н}.$$

Суммарный объем жидкости, который необходимо закачать в большой цилиндр составляет $W_2 = \omega_2 h$, а за один ход малого поршня нагнетается объем $W_1 = \omega_1 l$. Тогда число ходов малого поршня для подъема груза составит

$$n = W_2/W_1 = (\omega_2/\omega_1)(h/l)/\eta_o = (100)(0{,}45/0{,}2)/0{,}75 = 300.$$

Здесь используется объемный КПД $\eta_o = 0{,}75$, который учитывает обратные утечки объемов жидкости из напорной полости насоса во всасывающую при работе клапанов.

Задача 3. С какой силой каждая из тормозных колодок *4* (рис. 3.27) будет прижиматься к тормозному барабану *6* колеса, если сила T нажатия водителем на педаль $T = 500$ Н? Передаточное число педали $i = 5$, диаметр поршня главного цилиндра $d = 32$ мм, диаметры поршней рабочего цилиндра $D = 50$ мм, коэффициент полезного действия $\eta = 0{,}92$.

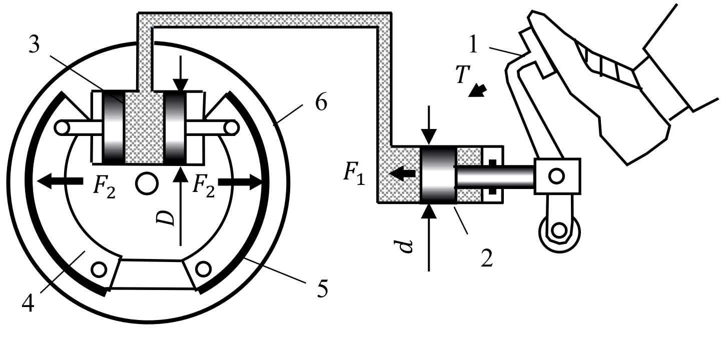


Рис. 3.27. Схема автомобильного гидравлического тормоза:
1 – тормозная педаль; *2* – главный цилиндр; *3* – рабочий цилиндр; *4* – тормозная колодка; *5* – тормозная накладка; *6* – тормозной барабан

Решение. Усилие, подводимое от педали к штоку главного цилиндра *2*:

$$F_1 = T \cdot i \cdot \eta = p\,\pi d^2/4.$$

Давление жидкости в тормозной системе, создаваемое водителем:

$$p = 4T \cdot i \cdot \eta/(\pi d^2) = 4 \cdot 500 \cdot 5 \cdot 0{,}92/(3{,}14 \cdot 0{,}032^2) = 2{,}86 \text{ МПа}.$$

Сила, действующая на каждый поршень рабочего цилиндра *3* и прижимающая каждую колодку *4* к тормозному барабану *6*:

$$F_2 = p\,\pi D^2/4 = 2860000 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}05^2/4 = 5613 \text{ Н}.$$

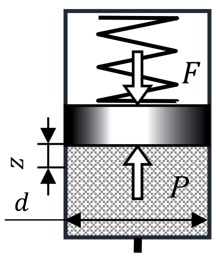


Рис. 3.28

Задача 4. Определить жесткость пружины c, если под давлением жидкости $p = 1{,}2$ МПа поршень пружинного гидроаккумулятора диаметром $d =$ 200 мм во время зарядки поднялся вверх на высоту $z = 10$ см (рис. 3.28).

Решение. Из условия равновесия поршня сила упругости пружины $F = c \cdot z$ равна силе давления жидкости $P = p \cdot \pi d^2/4$. Следовательно,

$$c = \pi d^2 p/(4z) = 3{,}14 \cdot 0{,}2^2 \cdot 1{,}2 \cdot 10^6/(4 \cdot 100) == 376{,}8 \text{ Н/мм}.$$

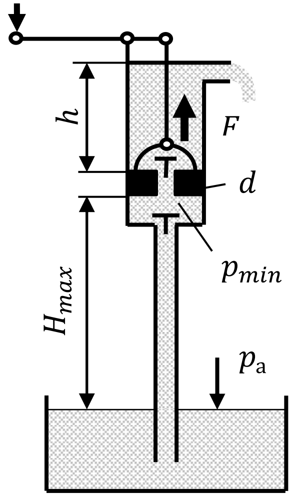


Рис. 3.29. Схема насоса

Задача 5. Определить максимальную высоту H_{max}, на которую можно поршневым насосом подсасывать бензин (рис. 3.29), если давление его насыщенных паров $h_{нп} = 200$ мм рт. ст, а атмосферное давление $h_а = 700$ мм рт. ст. Чему равна при этом сила F вдоль штока, если $h = 2$ м, диаметр поршня $d = 50$ мм, а плотность бензина $\rho_б = 700$ кг/м^3 ?

Решение. При движении поршня вверх давление под ним понижается и под действием атмосферного давления бензин поступает по всасывающей трубе в рабочую камеру. Во время хода вниз бензин из рабочей камеры перемещается в полость над поршнем, а при его очередном движении вверх заполняется рабочая камера и вытесняется бензин из полости над поршнем через сливной патрубок.

При откачивании бензина из резервуара уровень в нем понижается и увеличивает высоту всасывания до максимального значения H_{max}, при котором давление под поршнем понижается до давления насыщенных паров $p_{min} = p_{нп} = \rho_р g h_{нп}$, происходит «холодное кипение» бензина и срыв подачи насоса.

Для определения максимальной высоты H_{max}, составим уравнение давлений относительно свободной поверхности в резервуаре, являющейся плоскостью равного давления. На свободную поверхность действует атмосферное давление $p_а = \rho_р g h_а$. Оно уравновешивается давлением под поршнем $p_{min} = \rho_р g h_{нп}$ и весовым давлением столба бензина $\rho_б g H_{max}$:

$p_а = p_{min} + \rho_б g H_{max}$, откуда

$$H_{max} = (p_а - p_{min})/(\rho_б g) = \left(\rho_р h_а - \rho_р h_{нп}\right)/(\rho_б) =$$

$$= (13600 \cdot 0{,}7 - 13600 \cdot 0{,}2)/(700) = 9{,}71 \text{ м}.$$

При движении поршня вверх сумма силы вдоль штока F и силы давления p_{min} на нижнюю поверхность поршня уравновешивается силами атмосферного $p_а$ и весового давления $\rho_б g h$ на верхнюю поверхность поршня:

$$F + \rho_р g h_{нп} \pi\, d^2/4 = \left(\rho_р g h_а + \rho_б g h\right)\pi\, d^2/4$$

Тогда $F = g\left(\rho_р h_а - \rho_р h_{нп} + \rho_б h\right)\pi d^2/4 =$

$$= 9{,}81(13600 \cdot 0{,}7 - 13600 \cdot 0{,}2 + 700 \cdot 2)3{,}14 \cdot 0{,}05^2/4 = 158 \text{ Н}.$$

Задача 6. Определить вес G и индекс массы тела I человека с ростом $H = 170$ см, если при взвешивании его на поршневых весах высота столба воды в пьезометре весов $h = 1{,}3$ м (рис. 3.30). Диаметр поршня $d = 0{,}3$ м, его вес $P = 50\ H$, удельный вес воды $\gamma_в = 9810\ \text{Н/м}^3$. Силу трения поршня о стенки цилиндра не учитывать.

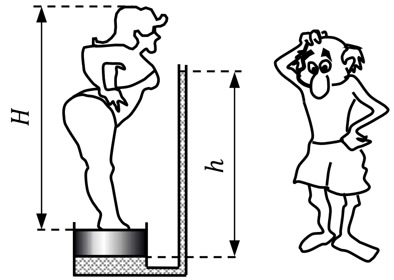


Рис. 3.30. Гидровесы

Решение. Вес человека и поршня создают под поршнем давление

$$p = 9810\,(G + P)/\omega = 4(G + P)/(\pi D^2),$$

которое уравновешивается давлением столба воды в пьезометре $p = \gamma_в h$.

Из равенства выражений для давления $4(G + P)/(\pi D^2) = \gamma_в h$ найдем вес человека

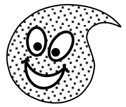
$$G = (\gamma_в h\,\pi D^2 - 4\,P)/4 = (9810 \cdot 1{,}3 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}3^2 - 4 \cdot 50)/4 = 851\ \text{Н}.$$

Его масса составит $m = G/g = 851/9{,}81 = 86{,}7$ кг.

Тогда индекс массы тела $I = m/H^2 = 86{,}7/1{,}7^2 = 30$.

Индекс массы тела (ИМТ) позволяет оценить степень соответствия массы человека и его роста. В общем случае он должен быть в диапазоне от 18,5 до 25 (нормальная масса). Отклонение массы тела от нормы повышает вероятность наступления проблем со здоровьем.

А вы знаете свой индекс массы тела?



О гидравлических механизмах с юмором

1. Однажды Ньютону гости пожаловались, что калитка в его сад туго открывается, и попросили сделать другую, получше. — Я не знаю, куда лучше, — ответил физик. — Итак каждый входящий наливает в бак для дома не меньше галлона воды (4,55 литра).

2. Покупайте наши насосы! В трудный момент они не «подкачают»! Дайте ответ: в каких случаях они не смогут подкачать жидкость?

3. Насос, установленный на чердаке 5-ти этажного дома, может закачать воду из подвала, если чердак находится в подвале.

4. Автомеханик Василий быстро и легко «поддомкратил» свою базу знаний по гидравлике с помощью комплекса «Капелька-1».

5. У автомобиля с гидромеханической трансмиссией есть только один плюс: - На электрическом аккумуляторе. Глупости. А еще есть на аптечке.

А какие плюсы гидромеханизмов сможете назвать Вы?

3.3. Сила гидростатического давления на стенки

Сила давления на дно сосуда. На рис. 3.31 представлены 4 сосуда с разной формой, но с одинаковой площадью дна ω.

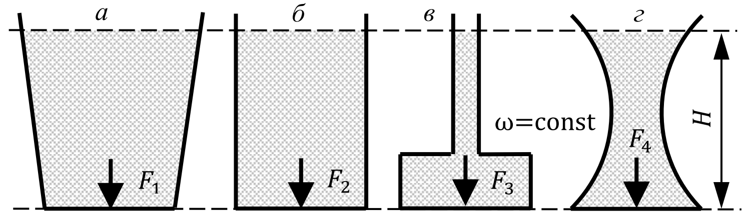


Рис. 3.31. Иллюстрация гидростатического парадокса

Если они заполнены на одинаковую высоту H одинаковой жидкостью и находятся под равным внешним давлением p_0, то сила давления жидкости на дно в каждом сосуде будет одинакова: $F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = F = (p_0 + \gamma H)\omega$, несмотря на разную форму сосудов и различный вес жидкости в них: $G_1 \neq G_1 \neq \cdots G$. На первый взгляд такой вывод кажется неправдоподобным. Это положение известно в гидравлике как *гидростатический парадокс* (открыт Г. Галилеем).

Эпюра давления – *графическое изображение распределения давления вдоль какого-либо контура или поверхности.*

Рассмотрим порядок построения эпюры давления на плоскую боковую стенку ABC сосуда с жидкостью, которая находится под атмосферным давлением, то есть при $p_0 = p_а$ (рис. 3.32, *а*).

Внешнее давление воздуха $p_0 = p_а$ в соответствии с законом Паскаля и уравнением гидростатики $p = p_0 + \gamma h$ передается на стенку во все точки *A, B* и *C* слева равномерно. Отложив в этих точках в принятом масштабе нормально к поверхности стенки вектор $p_0 = p_а$ и соединив концы векторов прямой линией, получим эпюру атмосферного давления в виде прямоугольника со стороной $p_а$ (рис. 3.32, *а*). Вторая часть уравнения γh представляет собой *весовое давление*, которое изменяется по глубине по линейному закону, причем на свободной поверхности (в точке B) оно равно нулю, а у дна (в точке *C*) имеет максимальное значение. Эпюра этого давления имеет вид прямоугольного треугольника с основанием γH.

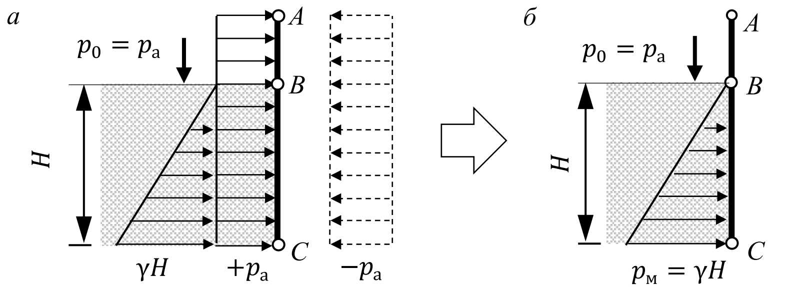


Рис. 3.32. Эпюры давления на плоскую стенку при $p_0 = p_a$

Сумма этих двух эпюр является эпюрой абсолютного давления на левую поверхность стенки.

Следует заметить, что на внешнюю сторону стенки *ABC* справа также действует атмосферное давление $-p_a$, но в противоположном направлении. Поэтому силы от атмосферного давления взаимно компенсируются и для расчета стенки на устойчивость и прочность достаточно определить только *силу от избыточного (манометрического, весового) давления* $p_м = \gamma h$ жидкости на стенку (рис. 3.32, *б*). Поэтому *сооружения, находящиеся в обычной воздушной среде, рассчитывают, как правило, только на действие избыточного давления жидкости.*

На рис. 3.33 показана эпюра избыточного давления на цилиндрическую поверхность. В этом случае линии действия векторов проходят через центр окружности (радиально). На рис. 3.34 представлены варианты результирующих эпюр давления на стенку в закрытых сосудах, когда поверхностное давление отличается от атмосферного.

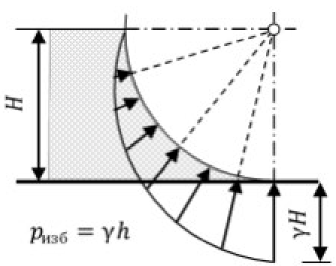


Рис. 3.33

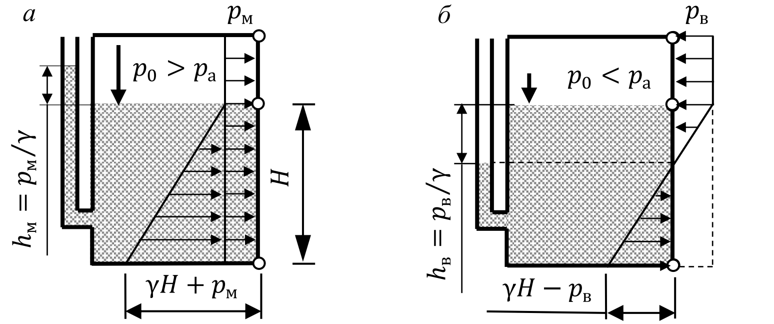


Рис. 3.34. Эпюры давления на плоскую стенку при $p_0 > p_a$ и $p_0 < p_a$

Сила давления жидкости на плоские стенки. Найдем силу давления жидкости на плоскую прямоугольную стенку *AB*, перпендикулярную плоскости чертежа и наклоненную к горизонту под углом α (рис. 3.35). Атмосферное давление p_a действует на стенку справа и слева (передается через жидкость). Поэтому силы от атмосферного давления взаимно компенсируются, и для расчета стенки на устойчивость и прочность достаточно определить только *силу F от избыточного (манометрического) давления* $p_м$ жидкости на стенку. Эта сила равна *произведению избыточного давления* p_c *в центре тяжести смоченной поверхности стенки на ее площадь* ω

$$F = p_c\,\omega = \rho g h_c \omega = \rho g (H/2)(H/\sin\alpha) b, \qquad (3.6)$$

где h_c – глубина погружения центра тяжести; H – толщина слоя жидкости в резервуаре; b – длина стенки (размер, перпендикулярный плоскости чертежа).

Если с другой стороны стенки также есть слой жидкости, то вычисляется сила давления жидкости со стороны этого слоя, а результирующая сила давления определится разностью сил от первого и второго слоев.

Точка D, через которую проходит вектор силы F, называется *центром давления*. Избыточное давление в соответствии с уравнением (3.3) возрастает с глубиной $p_м = \rho g h$ и имеет треугольную эпюру (рис. 3.35), поэтому центр давления D смещен в сторону наибольших давлений, то есть в общем случае находится ниже центра тяжести C. Координата центра давления z_D для стенки любой формы определяется по формуле

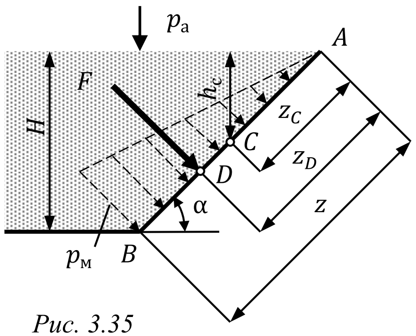


Рис. 3.35

$$z_D = z_C + I_с/(z_C \omega) \qquad (3.7)$$

где z_C – координата центра тяжести смоченной поверхности стенки; $I_с$ – момент инерции площади смоченной поверхности стенки относительно оси, проходящей через центр тяжести C. Для прямоугольной стенки, верхняя кромка которой совпадает со свободной поверхностью (рис. 3.35), $I_с = bz^3/12$; $\omega = bz$; $z_C = z/2$. Поэтому из формулы (3.7) получаем $z_D = (2/3)z$, то есть центр давления D находится от свободной поверхности на расстоянии $(2/3)z$ в плоскости прямоугольной стенки или на расстоянии по вертикали $(2/3)H$. Для моментов инерции круга диаметра d: $I_C = \pi d^4/64$; для треугольника с основанием b и высотой h: $I_C = bh^3/36$; $z_C = 2h/3$.

Сила давления жидкости на криволинейные стенки.

Сила F давления жидкости на криволинейную, например цилиндрическую, стенку AB с радиусом кривизны $r = H$ (рис. 3.36) определяется геометрической суммой горизонтальной $F_г$ и вертикальной $F_в$ составляющих:

$$F = \sqrt{F_г^2 + F_в^2}. \qquad (3.8)$$

Горизонтальная составляющая равна силе давления на плоскую стенку, представляющую собой вертикальную проекцию OB криволинейной стенки

$$F_г = p_с \omega = \rho g h_с H b = \rho g (H/2) H b, \qquad (3.9)$$

где $p_с$ – давление в центре тяжести вертикальной проекции; ω – площадь вертикальной проекции; b – длина цилиндрической стенки (размер, перпендикулярный плоскости чертежа).

Вертикальная составляющая равна силе тяжести тела давления. *Тело давления* – это фигура, которая всегда находится над криволинейной стенкой и ограничена самой стенкой, свободной поверхностью (мнимой или реальной) и вертикальными поверхностями, проходящими через границы криволинейной стенки. Для стенки AB (рис. 3.36) тело давления OAB представляет собой четверть цилиндра, и тогда вертикальная составляющая

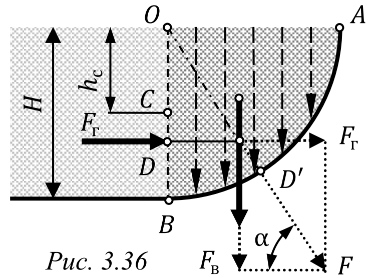


Рис. 3.36

$$F_в = \rho g W_{тд} = \rho g (\pi H^2/4) b, \qquad (3.10)$$

где $W_{тд}$ – объем тела давления.

В этом случае вертикальная составляющая $F_в$ направлена вниз, так как жидкость находится над стенкой и заполняет тело давления. Если жидкость располагается под криволинейной поверхностью (рис. 3.37), то вертикальная составляющая $F_в$ направлена снизу (от жидкости) вверх.

Тело давления в этом случае ограничено мнимой свободной поверхностью A-A' (она получается продолжением реальной) и называется мнимым (фиктивным), так как не заполнено жидкостью.

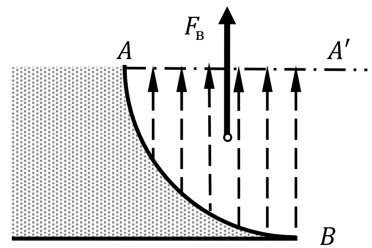


Рис. 3.37

Стенка может с глубиной изменять свой наклон, как, например, стенка ABC на рис. 3.38. Тогда она разбивается на поверхности AB и BC с разным по знаку наклоном. И для них в отдельности строятся тела давления, которые действуют противоположно. После их суммирования получают результирующее тело давления ABC, сила тяжести которого G_{ABC} равна вертикальной составляющей силы давления на поверхность ABC ($F_{вABC} = G_{ABC}$).

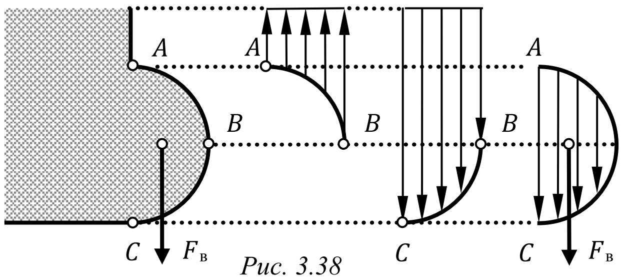


Рис. 3.38

Если жидкость находится по обе стороны криволинейной стенки, то также отдельно строятся тела давления от двух слоев жидкости и затем определяется их геометрическая сумма.

Линия действия равнодействующей силы давления на цилиндрические поверхности всегда направлена по радиусу и проходит через их геометрическую ось O (рис. 3.36). Угол наклона вектора этой силы к горизонту вычисляют по формуле

$$\alpha = \mathrm{arctg}(F_в/F_г). \tag{3.11}$$

Контрольные вопросы

1. Как определить равнодействующую гидростатического давления жидкости на плоские стенки? Как определить центр тяжести и центр давления смоченной поверхности?
2. Приведите пример, когда центр тяжести и центр давления плоской фигуры совпадают.
3. В каких случаях равнодействующую силу гидростатического давления определяют без учета давления на свободную поверхность?
4. По каким формулам определяются сила давления и центр давления на цилиндрические поверхности?
5. Как определить силу и центр давления на стенку графически?

Упражнение. Паскаль вставил в закрытую бочку, наполненную водой, стеклянную трубку диаметром 1 см длиной 5 м (рис. 3.39, *а*) и поднявшись на балкон второго этажа дома, вылил в эту трубку всего кружку воды (рис. 3.39, *б*). К изумлению обступивших бочку зевак, она с треском лопнула.

Паскаль убедился, что сила, разорвавшая бочку, не зависит от количества воды в трубке. Все дело в высоте, на которую была заполнена трубка. Так он обнаружил свойство воды передавать давление, создаваемое на поверхности (в бочке) по всему объему, каждой точке стенки или дна бочки и пришел к открытию закона, получившего его имя.

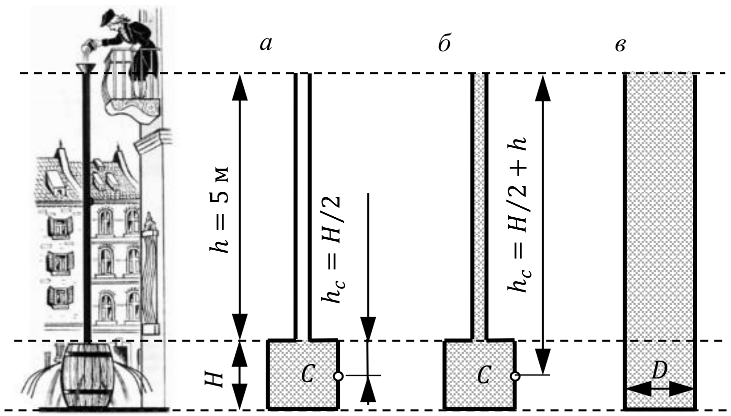


Рис. 3.39. Опыт Паскаля и схемы бочки с водой с пустой трубкой (*а*); *б* – с заполненной трубкой; *в* –с высокими боковыми стенками

Во сколько раз увеличивается сила давления на дно и боковые стенки бочки при заполнении трубки водой, если высота бочки составляет $H = 1$ м?

Во сколько раз увеличится сила давления на дно и боковые стенки бочки, если высоту боковых стенок увеличить до уровня верхнего среза трубки (рис. 3.39, *в*) и полностью заполнить бочку водой?

Примеры решения задач

Задача 1. Определить силу давления воды на плоский щит, перекрывающий канал, и усилие T, которое необходимо приложить для подъёма щита. Ширина канала $b = 2{,}0$ м, глубина воды в нём $H = 2{,}5$ м (рис. 3.40, *а*). Вес щита $G = 18$ кН, коэффициент трения щита по опорам $f = 0{,}20$.

Решение. Определяем силу давления воды на щит:

$$F = p_c\omega = \rho g h_c \omega = \rho g (H/2) bH = \rho g (bH^2/2) =$$

$$= 1000 \cdot 9{,}81(2 \cdot 2{,}5^2/2) = 61312{,}5 \text{ Н} = 61{,}31 \text{ кН}.$$

Находим усилие, необходимое для подъёма щита:

$$T = G + fF = 18{,}0 + 0{,}2 \cdot 61{,}312 = 30{,}26 \text{ кН}.$$

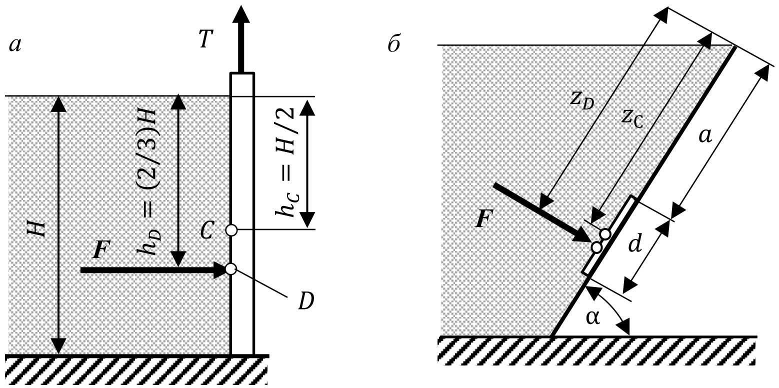


Рис. 3.40. Силы давления на прямоугольный (*а*) и круглый (*б*) щиты

Решение. Определяем силу давления воды на щит:

$$F = p_c\omega = \rho g h_c \omega = \rho g (H/2) bH = \rho g (bH^2/2) =$$

$$= 1000 \cdot 9{,}81(2 \cdot 2{,}5^2/2) = 61312{,}5 \text{ Н} = 61{,}31 \text{ кН}.$$

Находим усилие, необходимое для подъёма щита:

$$T = G + fF = 18{,}0 + 0{,}2 \cdot 61{,}312 = 30{,}26 \text{ кН}.$$

Задача 2. Определить силу давления воды на круглый наклонный щит диаметром $d = 0{,}5$ м и точку приложения равнодействующей (рис. 3.40, *б*), если $a = 1{,}0$ м, $\alpha = 60°$, $d = 0{,}5$ м, $\rho = 1000$ кг/м^3 .

Решение. Определяем силу давления воды на щит:

$$F = p_c\omega = \rho g h_c \omega = \rho g (a + d/2)\sin 60° \cdot \pi d^2/4 =$$

$$= 1000 \cdot 9{,}81(1 + 0{,}5/2) \cdot 0{,}866 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}5^2/4 = 2084 \text{ Н}$$

Координата центра давления z_C с учетом момента инерции круга относительно центра тяжести $I_c = \pi r^4/4$ определится по формуле:

$$z_D = z_C + I_c/(z_C\omega) = (a + r) + (\pi r^4/4)/[\pi r^2(a + r)] =$$

$$= 1{,}0 + 0{,}25 + 0{,}25^2/[4(1{,}0 + 0{,}25)] = 1{,}26 \text{ м}.$$

Задача 3. Определить силу давления воды на плоский, наклоненный к горизонту под углом $\alpha = 60°$ затвор, перекрывающий вход в трубу квадратного сечения со стороной $a = 1$ м (рис. 3.41). Найти координату точки приложения силы избыточного давления воды на левую часть затвора. Глубина воды слева и справа от затвора $H_1 = 5$ м, $H_2 = 0{,}5$ м.

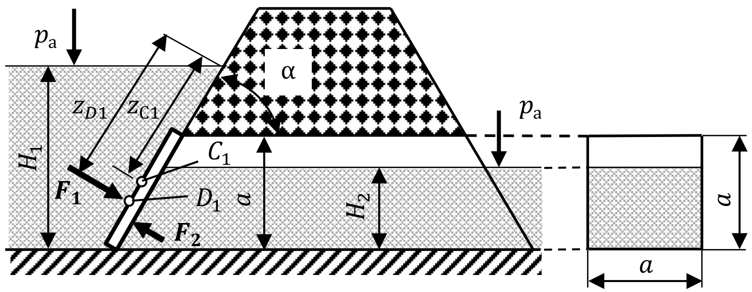


Рис. 3.41. Схема для расчета наклонного затвора входа трубы

Решение. Поверхность воды слева и справа от затвора находится под атмосферным давлением. Следовательно, нужно определить только силы избыточного давления по формуле $F = p_c\omega = \gamma h_c \omega$.

Выражения площади смоченных поверхностей затвора слева ω_1, справа ω_2 и глубины погружения их центров тяжести h_{c1} и h_{c2}:

$\omega_1 = a(a/\sin\alpha)$; $\omega_2 = a(H_2/\sin\alpha)$; $h_{c1} = H_1 - a/2$; $h_{c2} = H_2/2$.

Силы давления на левую и правую сторону затвора:

$$F_1 = p_{c1}\omega_1 = \gamma h_{c1}\omega_1 = \gamma(H_1 - a/2)(a^2/\sin\alpha) =$$

$$= 9810\ (5 - 0{,}5)(1^2/0{,}866) = 51000 \text{ Н} = 51 \text{ кН}.$$

$$F_2 = p_{c2}\omega_2 = \gamma h_{c2}\omega_2 = \gamma a H_2^2/(2\sin\alpha) =$$

$$= 9810 \cdot 1 \cdot 0{,}5^2/(2 \cdot 0{,}866) = 1416 \text{ Н} \approx 1{,}4 \text{ кН}.$$

Равнодействующая сил давления воды F равна разности сил F_1 и F_2:

$$F = F_1 - F_2 = 51 - 1{,}4 = 49{,}6 \text{ кН}$$

Координату точки приложения силы избыточного давления воды на левую часть затвора z_{D1} можно определить по формуле (2.5)

$$z_{D1} = z_{C1} + I_{C1}/(z_{C1}\omega_1) = 5{,}20 + 0{,}13/(5{,}20 \cdot 1{,}16) = 5{,}22 \text{ м},$$

где координата центра тяжести поверхности затвора слева $z_{C1} = h_{c1}/\sin\alpha$; ее площадь $\omega_1 = a(a/\sin\alpha)$ – прямоугольник с основанием a и высотой $(a/\sin\alpha)$; момент инерции площади относительно горизонтальной оси, проходящей через центр тяжести, $I_{C1} = a\ (a/\sin\alpha)^3/12$ (справочная величина).

Задача 4. Определить силу давления воды на вертикальный прямоугольный щит шириной $b = 2$ м и глубину погружения центра давления. Глубина воды над верхней кромкой щита $h = 1$ м (рис. 3.42). Его нижняя кромка находится на глубине $H = 3$ м. Задачу решить графоаналитическим методом.

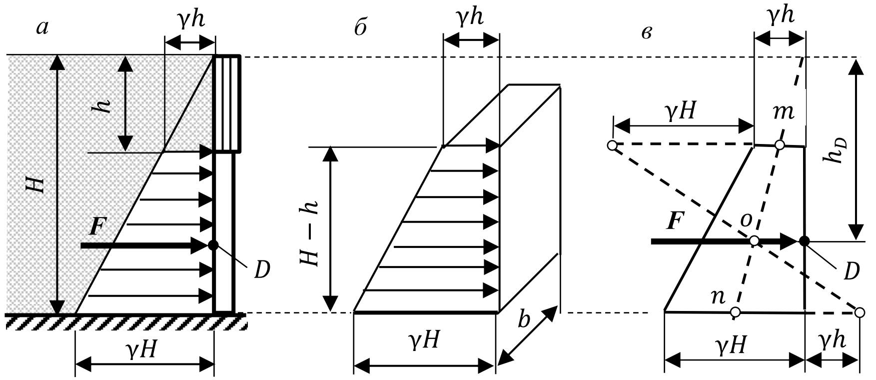


Рис. 3.42. Схемы для графоаналитического определения силы давления

Решение. Откладываем в масштабе величину γh от верхней кромки щита и величину γH от нижней кромки. Соединив концы этих отрезков получим трапецеидальную плоскую эпюру давления на щит (рис. 3.42, *а*).

Графически сила давления на щит F может быть представлена эпюрой давления с основанием в виде трапеции с шириной b (рис. 3.42, *б*):

$$F = b(H - h)\,(\gamma h + \gamma H)/2 = 9810 \cdot 2(3 - 1)\,(1 + 3)/2 = 78480 \text{ Н}.$$

Для определения центра давления продолжим параллельные стороны трапеции влево и вправо соответственно и отложим на них отрезки γH и γh. Соединим полученные точки прямой и пересечем ее медианой трапеции mn. Точка их пересечения o является центром тяжести эпюры (трапеции), а, следовательно, и точкой, через которую проходит вектор силы гидростатического давления $\boldsymbol{F}$. Вектор в свою очередь определяет положение центра давления D и глубину его погружения h_D.

Задача 5. Вертикальный цилиндрический резервуар с плоским дном и крышкой в виде полусферы заполнен минеральным маслом ($\rho = 900$ кг/м^3) под избыточным давлением, фиксируемом пьезометром $h_п = p/\gamma = 6$ м. Высота цилиндрической части $H = 3$ м, ее диаметр $d = 2$ м. Определить горизонтальную силу $F_г$, разрывающую цилиндрическую часть по образующей, и вертикальную силу $F_в$, отрывающую крышку (рис. 3.43, *а*).

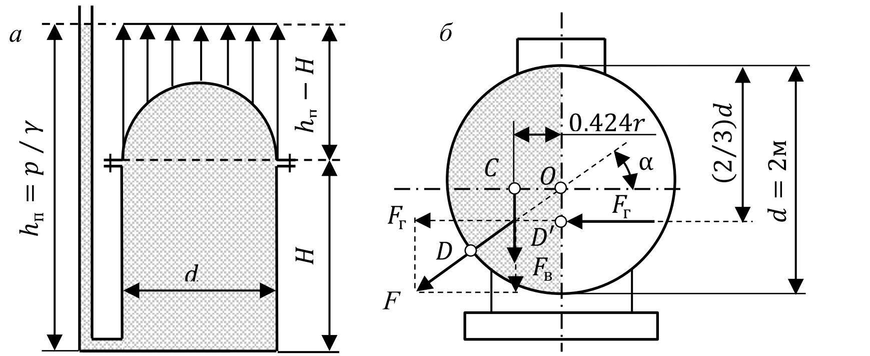


Рис. 3.43. Схемы к расчету резервуаров

Решение. Силу, разрывающую резервуар по образующей цилиндра, определяют, как силу давления на криволинейную поверхность:

$$F_г = \gamma h_C \omega_в = \gamma(h_п - H/2)H \cdot d = 8829(6 - 1{,}5)3 \cdot 2 = 238383 \text{ Н}$$

Сила, отрывающая крышку от цилиндрической части резервуара, представляет собой вертикальную составляющую силы давления на криволинейную поверхность и равна весу жидкости в объеме тела давления, которое представляет собой цилиндр, высота которого $h_п - H$, без половины шара:

$$F_в = \gamma W_{тд} = \gamma[(h_п - H)\pi\, d^2/4 - \pi\, d^3/12] =$$

$$= 8829[(6 - 3)3{,}14 \cdot 2^2/4 - 3{,}14 \cdot 2^3/12] = 64690 \text{ Н}.$$

Задача 6. Металлическая цистерна (рис. 3.43,*б*) диаметром $d = 2$ м и длиной $l = 10$ м полностью заполнена минеральным маслом ($\rho = 900$ кг/м^3). Давление на поверхности масла равно атмосферному. Определить силу давления масла на левую внутреннюю криволинейную поверхность.

Решение. Определяем горизонтальную составляющую силы давления:

$$F_г = \gamma h_C \omega_в = \gamma(d/2)l\, d = 8829 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 2 = 180 \text{ кН}.$$

Определяем вертикальную составляющую силы давления:

$$F_в = \gamma W_{тд} = \gamma l \pi\, d^2/8 = 8829 \cdot 10 \cdot 3{,}14 \cdot 2^2/8 = 141{,}3 \text{ кН}.$$

Равнодействующая $F = \sqrt{F_г^2 + F_в^2} = \sqrt{180^2 + 141{,}3^2} = 230$ кН.

Угол наклона равнодействующей к горизонту:

$$\alpha = \mathrm{arctg}(F_в/F_г) = \mathrm{arctg}(141{,}3/180) = \mathrm{arctg}\ 0{,}785 = 38°.$$

Задача № 7. Определить минимальную толщину стенки трубы δ (рис. 3.44, *а*) при внутреннем диаметре трубы $d = 300$ мм и манометрическом давлении жидкости в трубе $p_м = 9{,}3$ МПа. Допускаемое напряжение материала трубы на разрыв принять $\sigma = 140$ МПа, весом жидкости пренебречь.

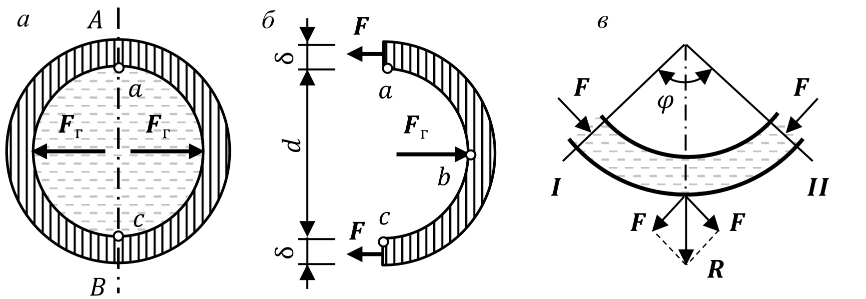


Рис. 3. 44. Схемы для определения минимальной толщины стенки (*а, б*) и силы давления жидкости на закругление трубы (*в*)

Решение. Опасным сечением для трубы является любое ее диаметральное сечение. Предположим, что труба может разорваться по сечению *AB* (рис. 3.44, *а*) под действием горизонтальной составляющей силы давления $F_г$, действующей на цилиндрическую поверхность *abc* (рис. 3.44, б):

$F_г = p_м dl$, где l – длина трубы.

Эта сила давления жидкости воспринимается двумя сечениями стенки трубы, поэтому $F_г = 2\sigma\delta l$, т, е $p_м dl = 2\sigma\delta l$, откуда минимальная толщина стенки трубы

$$\delta = p_м d/(2\sigma) = 9{,}3 \cdot 0{,}3/(2 \cdot 140) = 0{,}00996 \approx 10 \text{ мм}.$$

Задача 8. Определить силу давления воды на колено трубы с внутренним диаметром $d = 500$ мм при угле поворота $\varphi = 90°$ (рис. 3.44, *в*) и манометрическом давление в ней $p_м = 4{,}2$ МПа.

Решение. Можно считать, что объем воды в колене, ограниченный сечениями *I* и *II*, находится под действием сил давления воды *F* в поперечных сечениях *I* и *II*, результирующая которых, стремящаяся оторвать колено:

$$\overline{R} = \overline{F} + \overline{F} = F\sin(\varphi/2) + F\sin(\varphi/2) = p_м\,(\pi d^2/2)\sin(\varphi/2) =$$
$$= 4{,}2(3{,}14 \cdot 0{,}5^2/2)(\sqrt{2}/2) = 1{,}17 \text{ МН}.$$

3.4. Плавание тел. Закон Архимеда

На тело, погруженное в жидкость, действует выталкивающая (архимедова) сила, направленная вертикально вверх и равная весу жидкости в объеме погруженной части тела.

Это положение именуется *законом Архимеда* и записывается в виде равенства:

$$F_А = \gamma W_{пч}, \tag{3.12}$$

где $F_А$ – выталкивающая (архимедова) сила; $W_{пч}$ – объем погруженной части тела; γ – удельный вес жидкости.

На погруженное тело действуют две силы: сила тяжести тела $G = \gamma_т W$ ($\gamma_т$ – удельный вес тела) и архимедова сила $F_А$. Сила тяжести приложена в центре тяжести тела – в точке *C*, а архимедова – в центре объемного водоизмещения – в точке *D* (рис. 3.45, *а*). В однородном теле, полностью, погруженном в жидкость, точки *C* и *D* совпадают (рис. 3.45, *г*).

Различают три состояния тел в жидкости:

1) $G < F_А$ – тело всплывает до тех пор, пока архимедова сила, уменьшаясь, не станет равной весу тела (рис. 3,45 *б*) ;

2) $G = F_А$ – тело плавает в частично (рис. 3.45, *а*) или полностью погруженном состоянии на любой глубине (рис. 3.45, *в*).

3) $G > F_А$ – тело тонет (рис. 3.45, *г*).

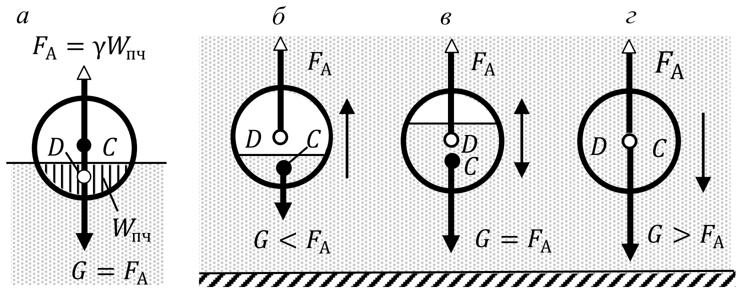


*Рис. 3.*45. Погружение трубы при постепенном заполнении ее водой после разгерметизации

Остойчивостью называют способность плавающего тела, выведенного из состояния равновесия, вновь возвращаться в первоначальное положение.

При плавании полностью погруженное в жидкость тело остойчиво (рис. 3.46), *если его центр тяжести C расположен ниже центра водоизмещения D.* Тогда пара сил – вес тела G и архимедова сила $F_{\text{А}}$ возвращают тело в положение равновесия.

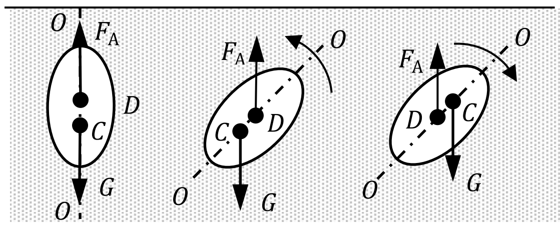


Рис. 3.46. Плавание тела при полном погружении

Тело, плавающее на свободной поверхности жидкости, обладает *плавучестью. В частично погруженном равновесном состоянии* (корабли, баржи, понтоны) центр тяжести *C* тела и центр водоизмещения *D* лежат на одной вертикали *O – O*, называемой *осью плавания* (рис. 3.47, *а*). Расстояние между точками *C* и *D именуется эксцентриситетом* *e*, плоскость сечения тела по свободной поверхности жидкости – *плоскостью плавания*.

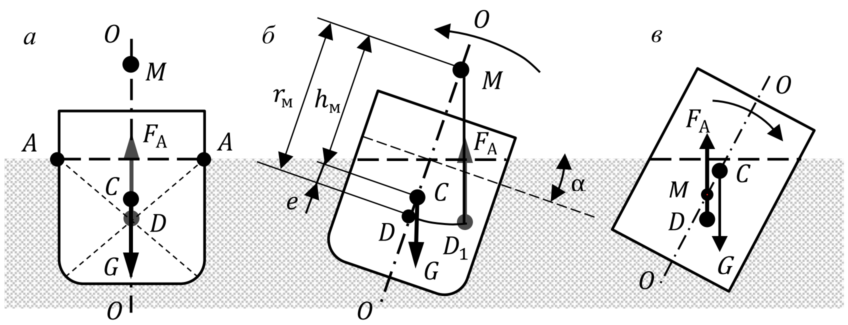


Рис. 3.47. Плавание тела при частичном погружении

Линия *A – A* пересечения свободной поверхности жидкости с боковой поверхностью называется *ватерлинией,* а глубина погружения самой низкой точки плавающего тела – *осадкой*.

Судно или понтон при качке могут наклоняться, т. е. *испытывать крен*. При крене судна центр его тяжести *C* не изменит своего положения, а центр водоизмещения *D* переместится в положение D_1 из-за изменения формы вытесненного объема жидкости (рис. 3.47, *б*). В этом случае линия действия выталкивающей силы $F_{\text{А}}$ будет проходить через точку D_1 и пересекать ось плавания *O – O* в точке *M*, называемой *метацентром*. Считается, что при углах крена (менее 15°) точка *D* перемещается по дуге окружности, описываемой *метацентрическим радиусом*:

$$r_{\text{м}} = I_0/W, \tag{3.13}$$

где I_0 – момент инерции плоскости плавания относительно продольной оси плавающего тела; W – объем водоизмещения.

Расстояние между метацентром *M* и центром тяжести *C* на оси плавания называют *метацентрической высотой* $h_{\text{м}} = r_{\text{м}} - e$.

При положении центра тяжести *C* плавающего тела выше центра водоизмещения *D* тело может быть *остойчивым*, когда метацентр *M* расположен выше центра тяжести (рис. 3.47, *б*) и тогда пара сил G и $F_{\text{А}}$ стремится восстановить первоначальное устойчивое положение судна. Если метацентр находится ниже центра тяжести (рис. 3.47, *в*), эта пара сил стремится опрокинуть судно, плавание является *неостойчивым.* Если метацентр совпадает с центром тяжести, тело будет находиться в безразличном равновесии, при крене не возникает никаких моментов сил.

Контрольные вопросы

1. Как формулируется закон Архимеда и какие бывают случаи равновесия и остойчивости полностью или частично погруженных в жидкость тел?
2. Дайте определение плавучести и остойчивости тела.
3. Что называют ватерлинией, плоскостью и осью плавания, центром водоизмещения, метацентром, метацентрическим радиусом и осадкой?
4. Как изменится остойчивость судна при перемещении груза из трюма на палубу?

Упражнение. На рис. 3.48 приведены варианты «вечных двигателей», принцип действия которых основан на ошибочном толковании закона Архимеда. В варианте *I* предполагается, что выталкивающая сила воды, действующая на четверть цилиндра, должна постоянно вращать его.

В варианте *II* «вечный двигатель» состоит из колеса и перекинутой через него замкнутой цепи с поплавками. Правая сторона цепи проходит через сосуд с водой. По замыслу автора, поплавки, всплывая будут вращать колесо.

В варианте *III* цепь с поплавками заменена колесом (кольцом), проходящим через отверстия в стенке сосуда с водой. Предполагается, что выталкивающая сила жидкости действует вверх на находящуюся в ней половину колеса, которое должно вращаться и приводить в действие генератор.

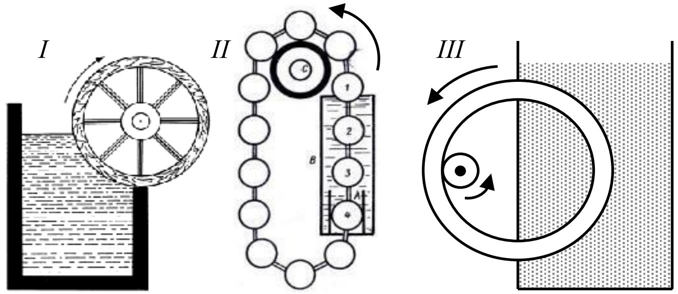


Рис. 3.48. Схемы «вечных двигателей»

В вариантах *I* и *III* следует учитывать и горизонтальную силу давления, тогда линия действия суммарной силы пройдет через геометрическую ось колеса (кольца) и не создаст крутящего момента (см. рис. 3.33 и 3.43, *б*).

Двигатель в варианте также работать не будет. При заходе поплавка снизу на него действует сила давления всего столба воды, которая больше архимедовой.

Примеры решения задач

Задача 1. По дну водоема проложен транспортный трубопровод диаметром $D = 800$ мм (рис. 3.49, *а*). Определить какой должен быть собственный вес трубы, чтобы исключить возможность ее всплывания, когда она не заполнена продуктом транспортировки?

Решение. Для исключения всплывания пустой трубы ее собственный вес G должен быть больше выталкивающей силы F_A, которая равна весу воды в объеме внешней поверхности трубы. Тогда вес $G_{пм}$ одного погонного метра трубы ($l = 1$м) должен удовлетворять условию:

$$G_{пм} > F_A = \gamma\, W_{пм} = \gamma\, l\, \pi\, D^2/4 \; = 9810 \cdot 1 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}8^2/4 = 4928 \text{ Н}.$$

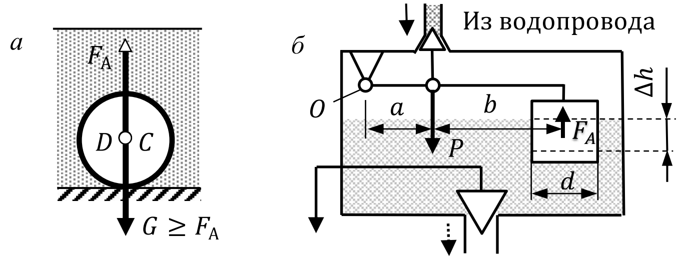


Рис. 3.49. Схема транспортной трубы (*а*) и сливного бачка (*б*)

Задача 2. Вода под давлением $p = 0{,}25$ МПа поступает из водопровода по трубе диаметром $d = 1{,}2$ см через клапан в резервуар (рис. 3.49, *б*). Поплавок диаметром $D = 10$ см свободно плавает на поверхности воды с погружением $h = 3$ см. Размеры плеч рычага: $a = 10$ см, $b = 20$ см. Определить глубину дополнительного погружения поплавка Δh для закрытия клапана.

Решение. Сила, действующая на клапан:

$$P = p\omega = p\pi d^2/4 =\cdot 0{,}25 \cdot 10^6 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}012^2/4 = 28{,}26 \text{ Н}.$$

Из уравнения моментов относительно шарнира (точка *O*) $\Sigma M = 0$; $Pa - F_A(a + b) = 0$; определяем архимедову силу F_A:

$$F_A = Pa/(a + b) = 28{,}26 \cdot 10/(10 + 20) = 9{,}42 \text{ Н}.$$

Глубина дополнительного погружения поплавка с учетом $F_A = \gamma W_{пч}$:

$$\Delta h = 4F_A/(\gamma\pi D^2) = 4 \cdot 9{,}42/(10^4 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}1^2) = 0{,}12 \text{ м} = 12 \text{ см}.$$

Полное погружение поплавка: $h + \Delta h = 3 + 12 = 15$ см.

Задача 3. Понтон в форме ящика с размерами $l \times b = 6 \times 2$ м без груза имеет осадку $h_0 = 0{,}15$ м (рис. 3.50, *а*). Определить вес груза и остойчивость понтона, если его центр тяжести с грузом расположен на высоте $H_C = 0{,}7$ м над его дном и осадка составляет $h = 0{,}80$ м (рис. 3.50, *б*).

Решение. Вес понтона без груза G равен выталкивающей силе F_A:

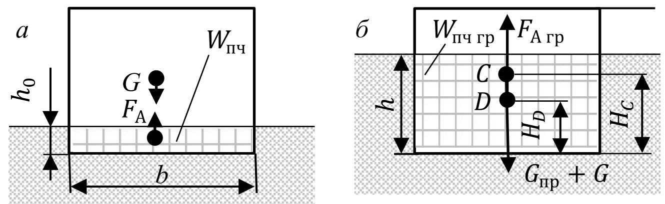


Рис. 3.50. Понтон без груза (*а*) и с нагрузкой (*б*)

$G = F_А = \gamma W_{пч} = \gamma lbh_0 = 9810 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 0{,}15 = 17658$ Н.

Выталкивающая сила для понтона с грузом:

$F_{А\,гр} = \gamma lbh = 9810 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 0{,}8 = 94176$ Н.

Тогда вес груза $G_{гр} = F_{А\,гр} - G = 94176 - 17658 = 76518$ Н,

что соответствует массе $m = G_{гр}/g = 76518/9{,}81 = 7800$ кг $\approx 7{,}8$ т.

Найдем метацентрический радиус:

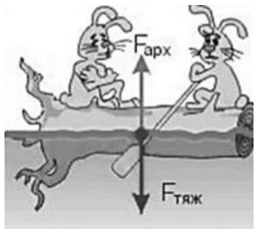
$r_м = I_0/W = lb^3/(12lbh) = 6 \cdot 8/(12 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 80 \cdot 0{,}8) = 0{,}417$ м.

Высота центра водоизмещения D: $H_D = h/2 = 0{,}4$ м. Тогда величина эксцентриситета: $e = H_C - H_D = 0{,}7 - 0{,}4 = 0{,}3$ м.

Так как $r_м = 0{,}417 > e = 0{,}3$ м, то понтон будет остойчив.

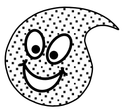
Задача 4.

Мимо бревно суковатое плыло,
Сидя, и стоя, и лежа пластом,
Зайцев с десяток спасалось на нем.
(Н.А. Некрасов «Дедушка Мазай и зайцы»)



Оценить, при каком минимальном объёме бревна W зайцы могли бы на нём плыть, если принять массу одного зайца 5 кг, а плотность древесины 700 кг/м^3.

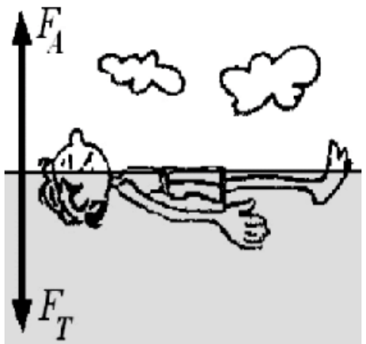
Ответ: W=0,17 м^3 (автор В.М. Долгова).



О законе Архимеда с юмором

Если тело вперто в воду,
его давит на свободу,
с силой выпертой воды,
телом всунутым туды!

Сорокоградусная жидкость,
погруженная в тело,
вытесняет разум!



3.5. Относительный покой жидкости

При относительном покое жидкость в движущемся сосуде неподвижна относительно его стенок. Это происходит при прямолинейном движении сосуда с постоянным ускорением или при его вращении с постоянной угловой скоростью.

При вертикальном движении сосуда с постоянным ускорением a на жидкость действует поверхностная сила давления и массовые силы тяжести с ускорением свободного падения g и инерции с ускорением a (рис. 3.51, *а*), свободная поверхность и поверхности равного давления представляют собой горизонтальные плоскости, а давление в любой точке жидкости

$$p = p_0 + \rho(g \pm a)h, \qquad (3.14)$$

где знак «+» соответствует движению вверх, «−» – вниз.

При движении сосуда с ускорением a *вверх* ускорение a силы инерции жидкости $F = -ma$ направлено *вниз* и увеличивает действие ускорения свободного падения g и давление жидкости в сосуде. В случае движения сосуда вниз ускорение силы инерции жидкости направлено вверх и уменьшает давление в жидкости. А при $a = g$ жидкость становится «невесомой», т. е. давление во всех ее точках будет одинаково ($p = p_0$).

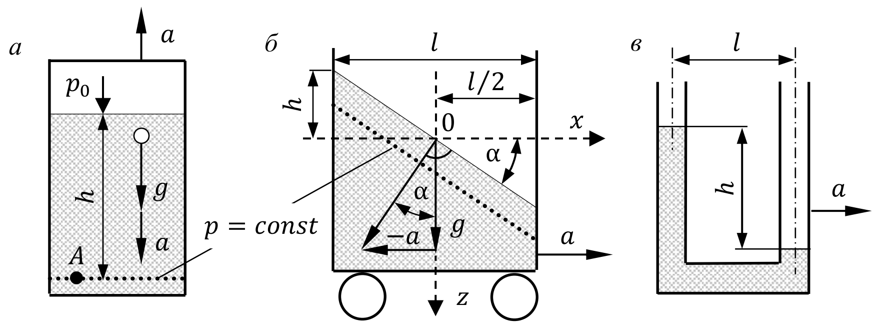


Рис. 3.51. Равновесие жидкости в сосуде, двигающемся с ускорением вертикально вверх (*а*) или горизонтально (*б*, *в*)

При горизонтальном движении сосуда с постоянным ускорением a на жидкость действуют поверхностные силы и массовые силы тяжести и инерции (рис. 3.51, *б*). Поверхности равного давления и свободная поверхность представляют собой наклонные параллельные плоскости, а давление в любой точке жидкости

$$p = p_0 + \rho(gz \pm ax), \tag{3.15}$$

где «+» соответствует ускорению сосуда, «−» – замедлению.

Для свободной поверхности жидкости $p = p_0$ и уравнение принимает вид

$$gz = \pm ax \text{ или } z/x = \operatorname{tg}\alpha = \pm a/g, \tag{3.16}$$

где α – угол наклона свободной поверхности к горизонту.

При вращении цилиндрического сосуда вокруг вертикальной оси с постоянной скоростью ω на жидкость действуют поверхностные силы , силы тяжести $G = mg$ и центробежная сила $F_ц = m\omega^2 r$. Поверхности равного давления представляют собой параболоиды вращения (рис. 3.52, *а*). Распределение давления в жидкости по глубине определяется выражением

$$p = p_0 + \gamma[\omega^2 r^2/(2g) - z], \tag{3.17}$$

Для любой точки свободной поверхности $p = p_0$, поэтому последнее уравнение принимает вид

$$z = \omega^2 r^2/(2g) = \mathrm{u}^2/(2g),$$

где окружная скорость $u = \omega r$ (r – радиус вращения точки).

Высота параболоида вращения $h = \omega^2 r_0^2/(2g)$, (3.18)

где r_0 – радиус цилиндрического сосуда.

Сила давления жидкости на дно сосуда

$$F = \gamma\pi r_0^2 h_0 = \gamma\pi r_0^2(h_1 + h/2),$$

где h_0 – начальная глубина жидкости до момента его вращения.

При вращении цилиндрического сосуда вокруг горизонтальной оси с постоянной большой скоростью ω (когда сила тяжести ничтожно мала по сравнению с центробежной $G \ll \omega^2 r$)

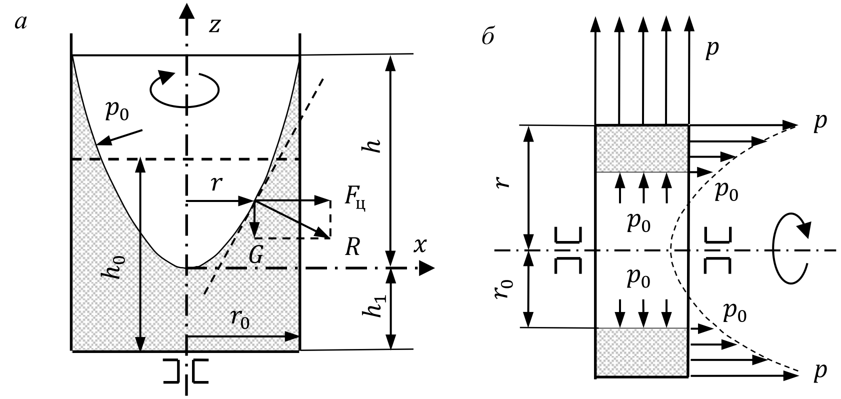


Рис. 3.52. Равновесие жидкости в сосуде при его вращении вокруг вертикальной (*а*) и горизонтальной оси (*б*)

поверхности равного давления представляют собой концентрические цилиндрические поверхности, ось которых совпадает с осью вращения (рис. 3.52, *б*). Параболическое распределение давления вдоль радиуса определяется выражением

$$p = p_0 + \gamma\omega^2 (r^2 - r_0^2)/(2g),$$

где p и p_0 – соответственно давления в точках цилиндрических поверхностей с радиусами r и r_0.

Контрольные вопросы

1. Какие силы действуют на жидкость при абсолютном покое?
2. Какие силы действуют на жидкость при относительном покое?
3. Какую форму имеет свободная поверхность жидкости при абсолютном и относительном покое? Какими уравнениями она описывается?
4. Как распределяется давление в жидкости при относительном покое?
5. Как найти силу давления жидкости на стенки движущегося сосуда?
6. Как можно определить ускорение или угловую скорость сосуда по параметрам свободной поверхности жидкости в нем?
7. С каким ускорением a движется автомобиль, если в установленной на нем U-образной трубке (в жидкостном акселерометре) перепад уровней жидкости $h = l$ (рис. 3.51)?

Примеры решения задач

Задача 1. Цилиндрическая цистерна, полностью заполненная водой, движется с ускорением $a = 5\ g$ (рис. 3.53, *а*). Определить силы, действующие на торцевые стенки A и B. Длина цистерны $L = 1{,}2$ м, диаметр $D = 0{,}55$ м. Избыточное давление в верхней части цистерны принять равным нулю.

Решение. Свободной поверхности в цистерне нет и жидкость от стенки не смещается, поэтому сила давления жидкости на стенку A

$$F_A = p_{cA}\omega_A = \gamma h_{cA}\pi D^2/4 = \gamma(D/2)(\pi D^2/4) =$$
$$= 9810(0{,}55/2)(3{,}14 \cdot 0{,}55^2/4) \approx 0{,}64 \text{ кН}.$$

Сила давления жидкости на стенку B

$$F_B = p_{cB}\omega_B + ma = \gamma h_{cB}\pi D^2/4 + ma = \gamma(D/2)(\pi D^2/4) + \rho a L(\pi D^2/4) =$$
$$= 9{,}810(0{,}55/2)(3{,}14 \cdot 0{,}55^2/4) + 1000 \cdot 5 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}2(3{,}14 \cdot 0{,}55^2/4) =$$
$$= 14617 \text{ Н} \approx 14{,}62 \text{ кН}$$

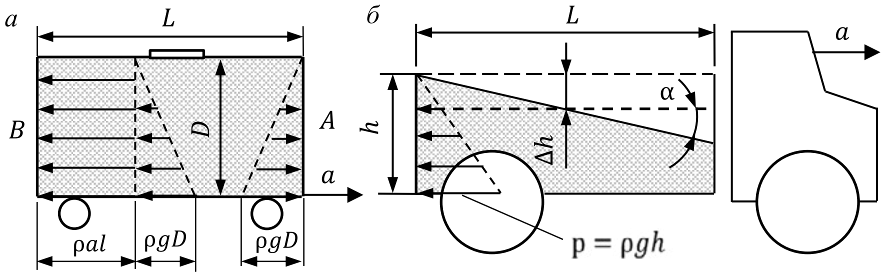


Рис. 3.53. Равновесие жидкости в цистерне (*а*) и цементного раствора в кузове автомобиля (*б*) при ускоренном движении

Задача 2. Определить длину равноускоренного разгона L автомобиля-самосвала от скорости $v = 0$ до $v = 40$ км/ч с максимальным ускорением a, при котором цементный раствор ($\rho = 2200$ кг/м^3) не выплеснется из кузова, длина которого $l = 2{,}6$ м, ширина $b = 1{,}8$ м и высота $h = 0{,}8$ м (рис. 3.53, *б*). Раствор заполняет кузов на ¾ его высоты. С какой силой при этом ускорении цементный раствор действует на задний борт кузова?

Решение. Определяем максимальное значение тангенса угла наклона свободной поверхности жидкости к горизонту, исключающее перелив раствора через задний борт

$$tg\ \varphi = \Delta h/(0{,}5l) = 0{,}25h/(0{,}5l) = 0{,}25 \cdot 0{,}8/(0{,}5 \cdot 2{,}6) = 0{,}154.$$

Тогда максимальное ускорение автомобиля

$$a = \text{g} \cdot\ tg\ \varphi = 9{,}81 \cdot 0{,}154 = 1{,}51 \text{ м/с}^2,$$

длина пути разгона из уравнений равноускоренного движения

$$L = at^2/2, v = at, \quad L = v^2/(2a) = (40000/3600)^2/(2 \cdot 1{,}51) = 41 \text{ м}.$$

Сила давления раствора на задний борт

$$F = \rho g h_c \omega = 2200 \cdot 9{,}81 \cdot (0{,}8/2) \cdot 1{,}8 \cdot 0{,}8 = 12{,}4 \text{ кН}.$$

Задача 3. Открытый вертикальный цилиндрический сосуд с радиусом $R = 0{,}4$ м и высотой $H = 1{,}2$ м, заполненный водой в состоянии покоя до уровня $h_0 = 0{,}8$ м, равномерно вращается относительно вертикальной оси (см. рис. 3.52, *а*). При какой частоте вращения жидкость начнет выливаться из сосуда?

Решение. Используя условие сохранения массы, приравниваем объемы жидкости до и при вращении:

$\pi R^2 h_0 = \pi R^2 H - \pi R^2 h/2$, где $\pi R^2 h/2$ – объем параболоида.

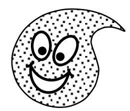
Определяем угловую скорость ω

$$\omega = \sqrt{2gh/R^2} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot gh/0{,}4^2} = 9{,}9 \text{ с}^{-1},$$

высоту параболоида вращения $h = 2(H - h_0) = 2(1{,}2 - 0{,}8) = 0{,}8$ м

и частоту вращения, при которой жидкость начнет выливаться из сосуда:

$$n = 30\omega/\pi = 3{,}14 = 95 \text{ мин}^{-1}.$$



О покое жидкости с юмором:

— Дорогой, мне кажется, что в карбюратор вода попала...
—Ты хоть знаешь, где карбюратор находится?
— В машине... — А машина где? — В озере...

ДЛЯ ЗАМЕТОК

ДЛЯ ЗАМЕТОК

Г. Д. Слабожанин, Д. Г. Слабожанин

ПРАКТИКУМ ПО ГИДРАВЛИКЕ
С КОМПЛЕКСОМ «КАПЕЛЬКА-1» И ГИДРОЮМОРОМ:

учебное пособие

Часть 1. СТАТИКА

Отпечатано в типографии издательства «Ветер».
634003, г. Томск, пл. Соляная, 6.
Тел. (3822) 706-319, vetertomsk@yandex.ru.
Подписано в печать: __.__.2025. Заказ № 16470.
Формат 60×90/16. Усл. печ. л. 5,625. Тираж 100 экз.